MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE RONDÔNIA CAMPUS CACOAL

VANE BATISTA ALMEIDA

GEOESPAÇO: UMA FORMA LÚDICA DE CONCRETIZAR O ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL

CACOAL
2020

VANE BATISTA ALMEIDA

GEOESPAÇO: UMA FORMA LÚDICA DE CONCRETIZAR O ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL

Trabalho de conclusão de curso na modalidade monografia apresentado a Coordenação de Curso de Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Rondônia – IFRO, Campus Cacoal, como requisito para obtenção de aprovação no curso de Licenciatura em Matemática, sob a orientação do Prof. Me. Claudemir Miranda Barboza.

CACOAL

2020

FICHA CATALOGRÁFICA

A447g

Almeida, Vane Batista.
Geoespaço: uma forma lúdica de concretizar o ensino da geometria espacial./ Vane Batista Almeida. Cacoal, 2020.

33 f.; 30 cm. il.
Inclui bibliografia

Monografia. Licenciatura em Matemática, Instituto Federal de Rondônia – IFRO, Campus Cacoal, 2020.

Orientador: Prof. Ms. Claudemir Miranda Barboza.

1. Geometria espacial 2. Geoespaço 3. Matemática – ensino.
I. Vane Batista Almeida. II. Instituto Federal de Rondônia – IFRO.
III. Título.

CDD 516.2

Bibliotecária responsável: Gizele de Melo Viana – CRB11/914

ATA DE DEFESA DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

Ata de Defesa do Trabalho de Conclusão de Curso de Licenciatura em Matemática da discente **VANE BATISTA ALMEIDA**.

Aos 10 dias do mês de dezembro do ano de dois mil e vinte, às 19 horas, no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Rondônia, *campus* Cacoal, reuniu-se a banca examinadora do trabalho de Conclusão de Curso, da Licenciatura em Matemática, da acadêmica **Vane Batista Almeida** que apresentou a monografia intitulada: "**Geoespaço: Uma forma lúdica de concretizar o ensino de Geometria Espacial**". Compuseram a banca examinadora os professores Claudemir Miranda Barboza (orientador), Maily Marques Pereira (avaliador 1), Jorge da Silva Werneck (avaliador 2). Após a exposição oral, o candidato foi arguido pelos componentes da banca que se reuniram reservadamente, e decidiram, "**Aprovar.**", com o conceito: **"98"** para o TCC (Monografia), e deverá ser entregue impresso e em CD com as devidas correções indicadas pela banca (caso necessário), no prazo de 30 (trinta) dias úteis a contar da presente data. Para constar, redigi a presente Ata, que aprovada por todos os presentes, vai assinada por mim, *Jorge da Silva Werneck*, Coordenador do Curso de Licenciatura em Matemática, e pelos demais membros da banca.

Claudemir Miranda Barboza

Prof. Me. Claudemir Miranda Barboza

Orientador

Prof. Me. Maily Marques Pereira

Avaliador 1

Prof. Me. Jorge da Silva Werneck

Avaliador 2

Prof. Me. Jorge da Silva Werneck

Coordenadora do curso

AGRADECIMENTOS

Quero agradecer primeiramente ao meu Deus e minha Nossa Senhora Aparecida, por serem sempre meus maiores suportes em todos os momentos, inclusive os de aflições. Gratidão e adoração para todo o sempre.

Agradeço aos meus pais: Rosa Eneia Batista e Vanderlei Almeida, por me ajudarem ao longo desses quatro anos em tudo que estavam aos seus alcances e pelos incentivos para que eu nunca desista dos meus sonhos. Obrigada por serem sempre o meu socorro e porto seguro.

Agradeço muito ao meu orientador Claudemir Miranda Barboza, por depositar neste trabalho os seus conhecimentos, sugestões e críticas construtivas. Obrigada por ser também, um professor admirável e de muita competência.

Muito obrigada também, ao meu coorientador Irlan Cordeiro de Souza por todas as suas considerações neste trabalho.

Minha gratidão a todos os professores do Instituto Federal IFRO – *Campus* Cacoal que ao longo desses anos, eu tive o prazer de ter aula. Obrigada por toda paciência, dedicação e apoio.

Agradeço à minhas amigas: Beatriz Pereira da Conceição Eller, Flávia Nobre Pereira, Juliane Amorim, Rosimeire de Assunção e Vanessa Schwanz, por tornarem todos os momentos difíceis mais suportáveis, onde fomos sempre o apoio uma das outras. A amizade de vocês sem dúvidas foi uma das melhores coisas que a faculdade me proporcionou.

Agradeço ainda, por minhas amigas Flávia e Rosimeire aceitarem que eu utilizasse esse assunto como meu trabalho de conclusão de curso, uma vez, o nosso trio teve está ideia para uma atividade da disciplina Oficina de Matérias Pedagógicos, do 7° semestre. Obrigada Meninas.

RESUMO

O presente trabalho trata – se em propor ao 8° ano do ensino fundamental, o estudo da geometria espacial, que por sua vez, é um diversificado conteúdo sendo contemplado principalmente, na área da matemática, onde trás consigo várias formas e representações diante do cotidiano da sociedade. Com isso o intuito é de, ao levar este estudo para a sala de aula utilizar o apoio de materiais concretos para assim, conseguir cativar nos alunos o interesse pelo o que esta sendo proposto e adquirir uma compreensão além do abstrato. Desta forma, o professor ao planejar a sua aula é importante que busque obter o auxílio de ao menos um material concreto que tenha essa habilidade de satisfazer o processo de ensino e aprendizagem. Nesta análise, o material concreto aqui proposto para agregar no ensino do professor e ainda, na aprendizagem do estudante perante a instrução da geometria espacial é o material geoespaço, uma vez que, é de fácil manuseio e ampla aplicabilidade. Com base nisso é apresentada ainda, duas atividades: uma dinâmica de jogo para a fixação do conteúdo estudado e promover momentos mais divertidos e significativos. E outra atividade baseada em uma lista de exercícios onde os alunos desenvolverão o conhecimento na prática sobre o assunto abordado.

Palavras-chave: Matemática; geometria espacial; geoespaço.

ABSTRACT

The present work deals with proposing to the 8th year of elementary education, the study of spatial geometry, which in turn, is a diversified content being contemplated mainly, in the area of mathematics, where it brings with it various forms and representations in the face of everyday of society. With this, the intention is, when taking this study to the classroom, to use the support of concrete materials, so as to be able to captivate in students the interest in what is being proposed and to acquire an understanding beyond the abstract. In this way, the teacher when planning his class is important to seek the help of at least one concrete material that has this ability to satisfy the teaching and learning process. In this analysis, the concrete material proposed here to aggregate in the teacher's teaching and also, in the student's learning before the instruction of spatial geometry is the geospatial material, since it is easy to handle and widely applicable. Based on that, two activities are also presented: a game dynamic to fix the studied content and promote more fun and meaningful moments. And another activity based on a list of exercises where students will develop knowledge in practice on the subject covered.

Keywords: mathematics; spatial geometry; geospatial.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: caixa de sapato representando um prisma 14
Figura 2: definição dos elementos básicos do poliedro..14
Figura 3: poliedros regulares...15
Figura 4: prisma em dois planos 16
Figura 5: prisma reto 16
Figura 6: prisma oblíquo...16
Figura 7: prisma triangular..17
Figura 8: prisma quadrangular 17
Figura 9: prisma pentagonal..17
Figura 10: prisma hexagonal...17
Figura 11: prisma triangular...18
Figura 12: planificação de prisma triangular...18
Figura 13: pirâmide em um plano..19
Figura 14: pirâmide reta 19
Figura 15: pirâmide oblíqua..19
Figura 16: pirâmide triangular...20
Figura 17: pirâmide quadrangular 20
Figura 18: pirâmide pentagonal..20
Figura 19: pirâmide hexagonal 20
Figura 20: pirâmide triangular...21
Figura 21: planificação de pirâmide triangular..21
Figura 22: cilindro em dois planos..22
Figura 23: elementos do cilindro 22
Figura 24: cilindro reto..23
Figura 25: cilindro oblíquo 23
Figura 26: cilindro reto..23
Figura 27: planificação de cilindro reto...23
Figura 28: cone em um plano..24
Figura 29: elementos do cone 24
Figura 30: cone reto 25
Figura 31: cone oblíquo..25
Figura 32: cone reto 25

Figura 33: planificação do cone reto 25
Figura 34: esfera 26
Figura 35: elementos da esfera..26
Figura 36: geoespaço retangular com a construção de uma pirâmide quadrangular 29
Figura 37: geoespaço circular 30
Figura 38: cartas das charadas...33
Figura 39: cartas dos poliedros irregulares 34
Figura 40: cartas com as nomenclaturas dos prismas 36
Figura 41: cartas com as nomenclaturas das pirâmides 37

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: quantidade dos elementos básicos de poliedros regulares 15
Quadro 2: quantidade dos elementos básicos dos quatro prismas 17
Quadro 3: quantidade dos elementos básicos das quatro pirâmides 20

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO ... 11
2. DEFINIÇÕES BÁSICAS DE GEOMETRIA ESPACIAL ... 12
2.1. O surgimento da geometria ... 12
2.2. Geometria espacial ... 13
2.2.1. Poliedros ... 14
2.2.2. Poliedros regulares ... 15
2.2.3. Poliedros não regulares ... 16
2.2.3.1. Prismas ... 16
2.2.3.2. Pirâmides ... 18
2.2.4. Corpos redondos ... 21
2.2.4.1. Cilindro ... 21
2.2.4.2. Cone ... 23
2.2.4.3. Esfera ... 26
3. MATERIAL CONCRETO NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM: O GEOESPAÇO ... 27
3.1. A importância do material concreto no processo de ensino-aprendizagem da geometria espacial. ... 27
3.2. Geoespaço como material concreto/manipulável ... 28
3.2.1. Geoespaço retangular ... 29
3.2.2. Geoespaço circular ... 30
4. PROPOSTA DE ATIVIDADES ... 31
4.1. Etapa 01 ... 31
4.2. Etapa 02 ... 32
4.3. Etapa 03 ... 32
4.4. Etapa 04 ... 36
4.5. Etapa 05 ... 36
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS ... 38
6. REFÊRENCIAS BIBLIOGRÁFICAS ... 40
APÊNDICE 1: LISTA DE EXERCÍCIOS ... 41

1. INTRODUÇÃO

Os métodos de ensino da disciplina de matemática são constantemente questionados, tendo em vista que se devem buscar meios de ensino que proporcionam maior satisfação no processo de ensino e aprendizagem. Uma vez que, se em vários conteúdos matemáticos utilizar apenas o método de ensino tradicional, ou seja, aulas ministradas por meio de auxílios, tais como, o livro didático e o quadro branco causará uma deficiência na aprendizagem, devido ao fato da dificuldade que os alunos geralmente já apresentam como também, somente com o abstrato acarreta o aumento de desentendimento em relação ao que está sendo explicado pelo professor.

Desta forma é fundamental que o educador ao realizar o seu plano de aula, procure metodologias de ensino que proporcione maior contribuição para o conhecimento de seus alunos, como também, conseguir desenvolver neles, o interesse pelo conteúdo matemático que irá ser trabalhado. Assim, o uso de material concreto/manipulável é um método que agrega nesse processo.

Dos conteúdos matemáticos que podem ser trabalhados com material concentro/manipulável se destaca a geometria espacial, por possuir características visuais ou táteis.

Com base nisso, ao estudar a geometria espacial é se abrir para novas descobertas, é conhecer formas e dimensões que constantemente se faz presente no dia a dia das pessoas. Essa geometria proporciona o estudo de figuras em três dimensões, ou seja, largura, comprimento e espessura, as figuras com essas caraterísticas são: os prismas, as pirâmides, os cones, os cilindros e as esferas.

O geoespaço é uma ferramenta pedagógica simples e de fácil manuseio, onde possibilita a construção e visualização de forma detalhada das figuras tridimensionais. Agregado a isso, ainda proporciona após a construção destas formas geométricas, a definição de seus conceitos básicos e possíveis cálculos de suas áreas, volumes e entre outros elementos. Apresentando assim, uma alternativa concebível para a inovação em sala de aula e um método facilitador no processo de ensino e aprendizagem.

O presente trabalho visa promover um processo de ensino e aprendizagem com eficácia aos alunos do 8° ano do ensino fundamental, tendo em vista, apresentar os conceitos e conteúdos de geometria espacial e posteriormente, mostrar a relevância da utilização de materiais concretos no estudo desta geometria, onde será destacado o material concreto geoespaço.

E ainda, propor duas atividades para o seu ensino de maneira lúdica e concreta, com o apoio do geoespaço. Uma atividade em forma de dinâmica de jogo, com o intuito de desenvolver e fixar ainda mais o conhecimento dos educandos em relação aos poliedros regulares e irregulares (nomenclaturas e elementos básicos) assim como, a capacidade de interação entre os mesmos e também, possibilitar maior visibilidade da sua forma na realidade.

Tem – se ainda, outra atividade onde o objetivo é trabalhar com as áreas e volumes dos poliedros irregulares de maneira concreta. Por meio de uma lista de exercícios, os alunos desenvolverão no geoespaço esses sólidos geométricos e a partir dele determinar as suas medidas e com isso, calcular suas áreas e volumes.

Com base nisso, o presente trabalho "Geoespaço: uma forma lúdica de concretizar o ensino de geometria espacial” atribui o método de pesquisa qualitativa descritiva com a intenção de analisar a importância de recursos como materiais concretos no ensino de matemática. A finalidade dessa proposta foi traçar um roteiro que possibilite ao aluno compreender de maneira lúdica alguns conceitos de geometria espacial.

Para tanto, são necessárias algumas definições importantes sobre geometria espacial.

2. DEFINIÇÕES BÁSICAS DE GEOMETRIA ESPACIAL

2.1. O surgimento da geometria

A palavra geometria vem do grego Geometrien, onde “geo” significa terra e “metria” quer dizer medição sendo assim, medida da terra. As afirmações sobre as origens da geometria são incertas, pois os princípios do assunto são extremamente antigos.

Para (BOYER, 1974), O historiador Heródoto (484-425 a.C.) sustentava a ideia de que a geometria se originava no Egito em razão de que, tinha surgido da necessidade de fazer novas medições de terras após cada inundação anual no vale do rio Nilo. Mas Aristóteles (384-322 a.C.), por sua vez, acreditava que a existência no Egito se devia ao fato de uma classe sacerdotal com lazeres é que tinha encaminhado o estudo da Geometria. Devido aos geômetras egípcios serem chamados de "agrimensores" ou ainda, “estiradores de cordas” pode ser tomado como suporte de ambas as teorias, uma vez que, cordas eram evidentemente usadas tanto para traçar as bases dos templos como também, para realinhar as demarcações de terras que haviam sido apagadas. Sendo assim, impossível contradizer com segurança Heródoto e Aristóteles em relação à motivação que levou a produzir essa matemática. O homem neolítico pode não ter obtido muito lazer ou necessidades de realizar medições de terras, entretanto seus desenhos e figuras propõem uma preocupação com as relações espaciais que assim, abriu novos horizontes para a geometria.

Ao longo dos tempos, Matemáticos, tais como, Platão (428-347 a.C.), Eudoxo (390-337 a.C.), Aristóteles (384-322 a.C.) e muitos outros, atribuíram a geometria um caráter especial, fazendo – a se tornar um importante ramo da ciência matemática. Porém foi com os estudos do matemático grego Euclides (300 a.C.) que a geometria recebeu seu maior impulso. Euclides abordou em seu livro intitulado “Os elementos” os principais conhecimentos trabalhados pelos seus antecessores.

Ao referido livro apontou a matemática elementar: aritmética, geometria e álgebra que assim, designavam os estudos como geometria euclidiana. Com esse processo houve a definição dos modelos da geometria dos quais existem a geometria euclidiana, a espacial, a plana, a analítica, uma vez que, as duas últimas foram descobertas no século XIX.

2.2. Geometria espacial

A geometria espacial está presente como um conteúdo da matemática com uma ampla diversidade, onde se encarrega de estudar as figuras no espaço, sendo assim, figuras a partir de duas dimensões.

> Tão importante quanto os números é a geometria que permite compreender os espaços, sua ocupação e medida, as superfícies e suas formas, regularidades e medidas, e as relações entre todas essas figuras geométricas (DANTE, 2011, p. 20).

Desta forma, essas figuras geométricas referidas por DANTE (2011) são denominadas ainda, de sólidos geométricos que são conhecidos, tais como: primas, pirâmides, cones, cilindros e esferas.

Elas representam objetos que estão frequentemente presentes no cotidiano. São exemplos de formas geométricas espaciais, uma caixa de sapato, que representa um prisma, uma bola de futebol onde visualiza – se uma esfera ou ainda, uma casquinha de sorvete que retrata um cone.

Figura 1: caixa de sapato representando um prisma

Fonte: a autora

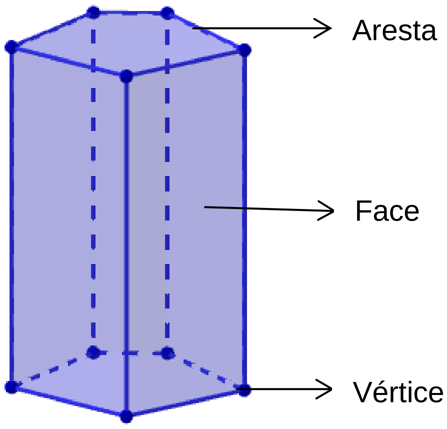
Algumas figuras espaciais têm padrões que merecem certo destaque ou podem ser agrupadas, assim serão apresentadas algumas dessas características.

2.2.1. Poliedros

Poliedros sãos os sólidos geométricos limitados por quatro ou mais superfícies planas poligonais, que por sua vez, são limitadas por segmentos de reta (GARCIA; SOUZA, 2016). Pode – se destacar de um poliedro os seguintes elementos:

- **Faces:** são os polígonos que delimitam os poliedros. A quantidade de faces de um poliedro é finita.
- **Arestas:** são as junções de duas faces e assim, possuindo o formato de um segmento de reta.
- **Vértices:** são os pontos que se interceptam em três ou mais arestas.

Figura 2: definição dos elementos básicos do poliedro



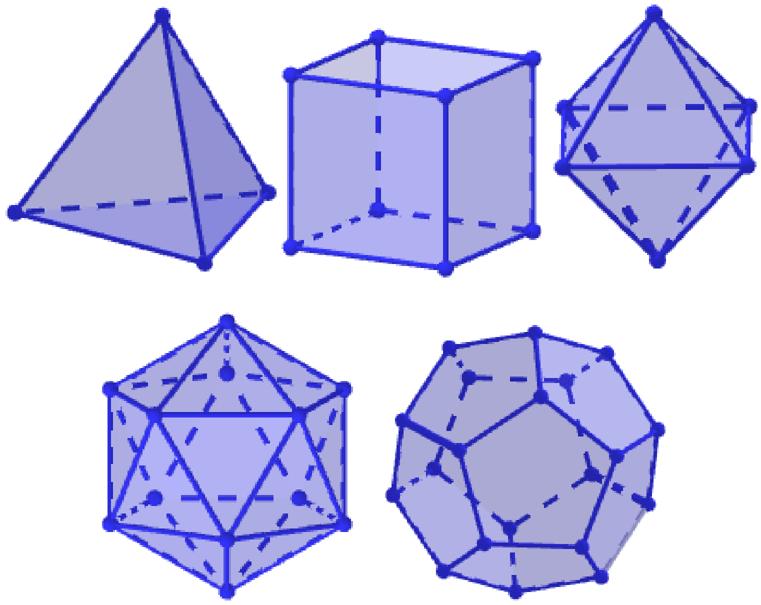
Fonte: a autora

2.2.2. Poliedros regulares

Um poliedro é regular quando a quantidade de lados é a mesma que a quantidade de faces, uma vez que, as faces são regulares e congruentes entre si. E ainda, cada vértice de um poliedro parte o mesmo número de arestas (GARCIA; SOUZA, 2016).

Existem apenas cinco poliedros regulares: tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro, respectivamente, conforme a figura (3):

Figura 3: poliedros regulares



Fonte: a autora

Com esses poliedros é possível determinar seus elementos básicos, ou seja, os números de arestas, faces e vértices, tais como, o quadro [1] apresenta:

Quadro 1: quantidade dos elementos básicos de poliedros regulares

Nome do poliedro	**Arestas**	**Faces**	**Vértices**
Tetraedro	6	4	4
Hexaedro	12	6	8
Octaedro	12	8	6
Dodecaedro	30	12	20
Icosaedro	30	20	12

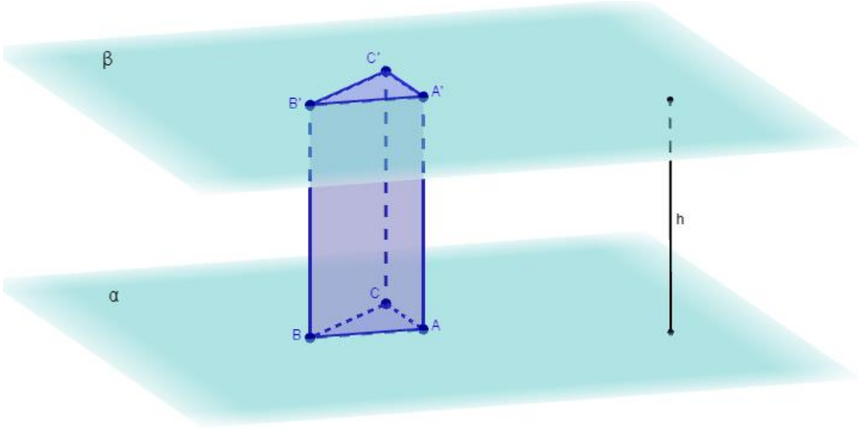
Fonte: a autora

2.2.3. Poliedros não regulares

2.2.3.1. Prismas

Prisma é um sólido geométrico delimitado por faces planas, onde as bases estão situadas em planos paralelos. Como é possível observar na figura (4):

Figura 4: prisma em dois planos



Fonte: a autora

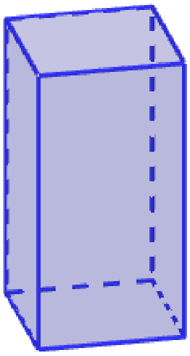
Por meio disto, é possível definir os seguintes elementos:

- As **bases** são os polígonos ABC e A'B'C'. Essas regiões são congruentes.
- As arestas $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$, $\overline{A'B'}$, $\overline{A'C'}$ e $\overline{B'C'}$ são chamadas de **arestas de bases**.
- Os quadriláteros $\overline{ABB'A'}$, $\overline{ACC'A'}$ e $\overline{BCC'B'}$ são chamadas de **faces laterais**.
- As arestas $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$ e $\overline{CC'}$, são chamadas de **arestas laterais**, que por sua vez, são paralelas e de mesmo comprimento.
- A distância h, localizada entre os dois planos das bases, se refere à **altura** do prisma.

O prisma possui duas classificações:

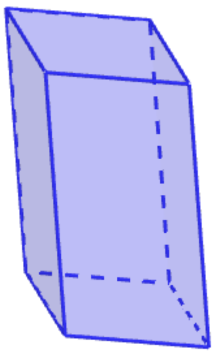
- Prisma reto: quando as arestas laterais são perpendiculares aos planos da base.
- Prisma oblíquo: quando as arestas laterais são obliquas aos planos da base.

Figura 5: prisma reto



Fonte: a autora

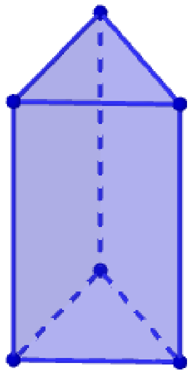
Figura 6: prisma oblíquo



Fonte: a autora

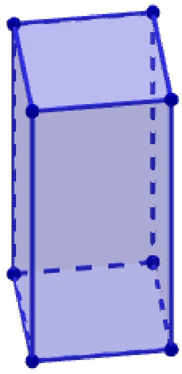
Um prisma pode ser classificado conforme o polígono em que consiste a sua base. Se a base for um triângulo, o prisma é triangular; se a base for um quadrado, o prisma é quadrangular; se a base for um pentágono, o prisma é pentagonal; se a base for um hexágono, tem- se um prisma hexagonal e assim, por diante. É válido ressaltar que essa denominação do prisma equivale aos prismas retos e oblíquos.

Figura 7: prisma triangular



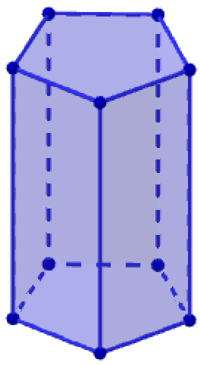
Fonte: a autora

Figura 8: prisma quadrangular



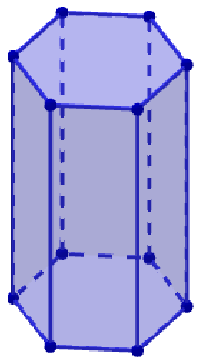
Fonte: a autora

Figura 9: prisma pentagonal



Fonte: a autora

Figura 10: prisma hexagonal



Fonte: a autora

Com base nesses quatro tipos de prismas mostrados nas figuras (7), (8), (9) e (10) é possível determinar os seus elementos básicos, ou seja, os números de arestas, faces e vértices. Observe no quadro [2].

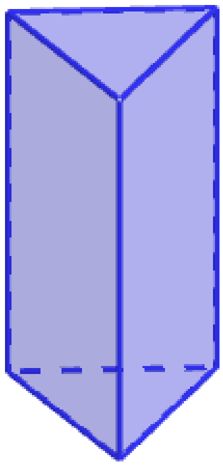
Quadro 2: quantidade dos elementos básicos dos quatro prismas

Nome do prisma	**Arestas**	**Faces**	**Vértices**
Prisma triangular	9	5	6
Prisma quadrangular	12	6	8
Prisma pentagonal	15	7	10
Prisma hexagonal	18	8	12

Fonte: a autora

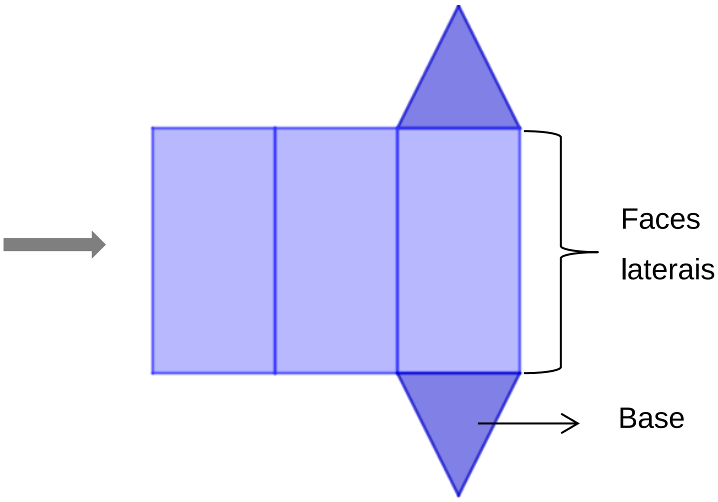
Para definir a área da superfície em um prisma é preciso destacar as seguintes características

Figura 11: prisma triangular



Fonte: a autora

Figura 12: planificação de prisma triangular



Fonte: a autora

- **Área lateral**: representa a soma de todas as áreas das faces laterais (A_ℓ);
- **Área da base**: corresponde a área do polígono da base (A_b);
- **Área total:** é a soma da área lateral com a área das bases (A_t).

Sendo assim, “a área total de um prisma é soma das áreas das faces laterais (A_ℓ) com as áreas das bases” (DOLCE; POMPEO, 2010).

Isto é:

$$\mathbf{A_t = A_\ell + 2 \cdot A_b}$$

No que se refere ao volume do prisma. Define – se como “o volume de um prisma é o produto da área base pela medida da altura” (DOLCE; POMPEO, 2010).

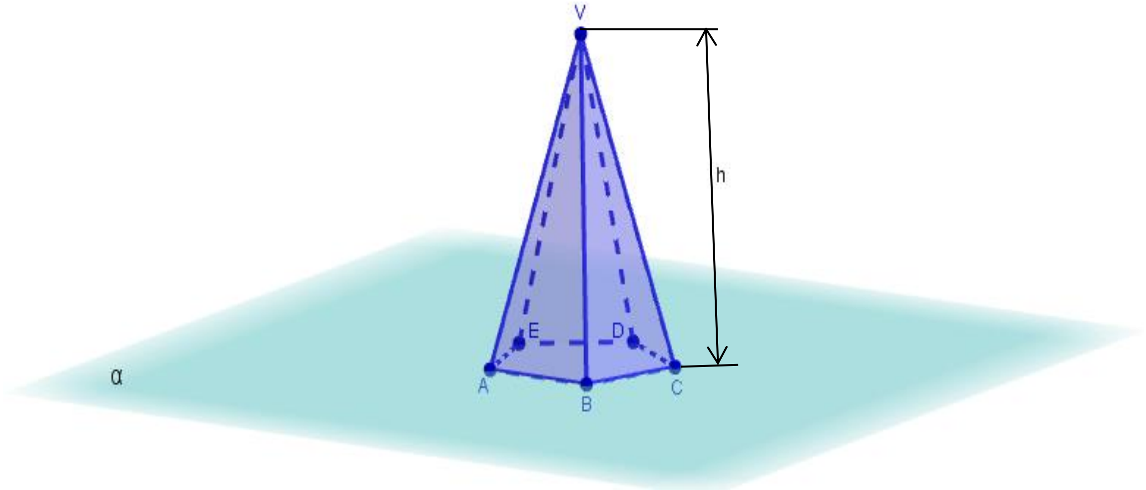
Isto é:

$$\mathbf{V = A_b \cdot h}$$

2.2.3.2. Pirâmides

Seja uma região poligonal contida em um plano α e um ponto V, que por hora, se encontra fora desse plano. Ao se traçar segmentos de retas entre os vértices do polígono de base e o ponto V é possível realizar a construção de uma pirâmide. Assim como mostra a figura (13).

Figura 13: pirâmide em um plano



Fonte: a autora

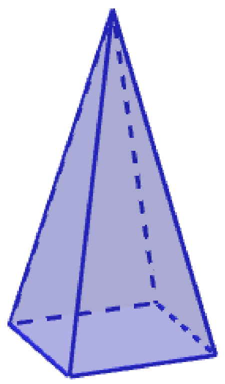
Á vista disso, é possível definir os seguintes elementos:

- A **base** da pirâmide é o polígono ABCDE;
- O ponto V é denominado de **vértice da pirâmide**;
- As arestas $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$ e $\overline{AE}$ da pirâmide são chamadas de **arestas da base**;
- As arestas $\overline{AV}$, $\overline{BV}$, $\overline{CV}$, $\overline{DV}$ e $\overline{EV}$ da pirâmide são chamadas de **arestas laterais**;
- Os triângulos ABV, BCV, CDV, DEV e EAV da pirâmide são as **faces laterais**;
- A distância h, presente entre o plano α e o vértice V é correspondente à **altura** da pirâmide.

A pirâmide possui duas classificações:

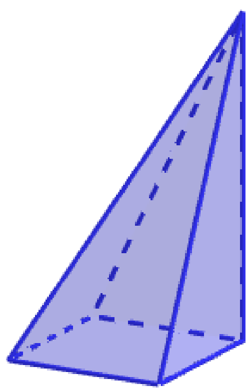
- Pirâmide reta: quando as faces laterais são congruentes.
- Pirâmide oblíqua: quando as faces laterais deixam de ser congruentes.

Figura 14: pirâmide reta



Fonte: a autora

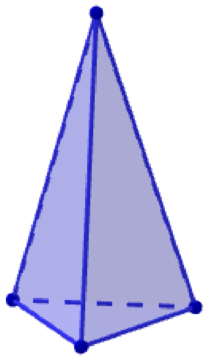
Figura 15: pirâmide oblíqua



Fonte: a autora

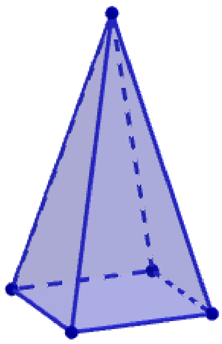
Uma pirâmide pode ser classificada conforme o polígono em que consiste a sua base. Se a base for um triângulo, a pirâmide é triangular; se a base for um quadrado, a pirâmide é quadrangular; se a base for um pentágono, a pirâmide é pentagonal; se a base for um hexágono, tem- se uma pirâmide hexagonal e assim, por diante. É válido ressaltar que essa denominação da pirâmide equivale ás pirâmide retas e oblíquas.

Figura 16: pirâmide triangular



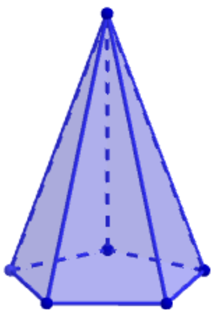
Fonte: a autora

Figura 17: pirâmide quadrangular



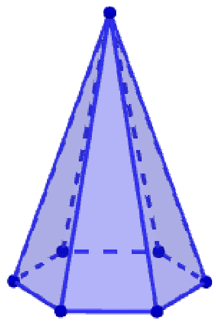
Fonte: a autora

Figura 18: pirâmide pentagonal



Fonte: a autora

Figura 19: pirâmide hexagonal



Fonte: a autora

A partir dos quatro tipos de pirâmides apresentadas nas figuras (16), (17), (18) e (19) é possível determinar os seus elementos básicos, ou seja, os números de arestas, faces e vértices, conforme apresenta o quadro [3].

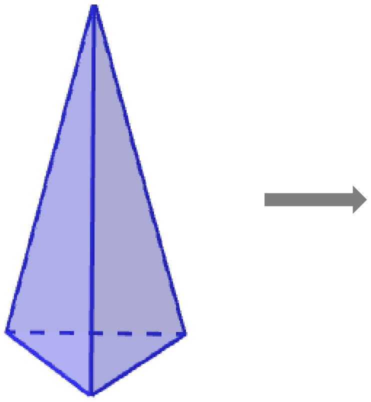
Quadro 3: quantidade dos elementos básicos das quatro pirâmides

Nome da pirâmide	**Arestas**	**Faces**	**Vértices**
Pirâmide triangular	6	4	4
Pirâmide quadrangular	8	5	5
Pirâmide pentagonal	10	6	6
Pirâmide hexagonal	12	7	7

Fonte: a autora

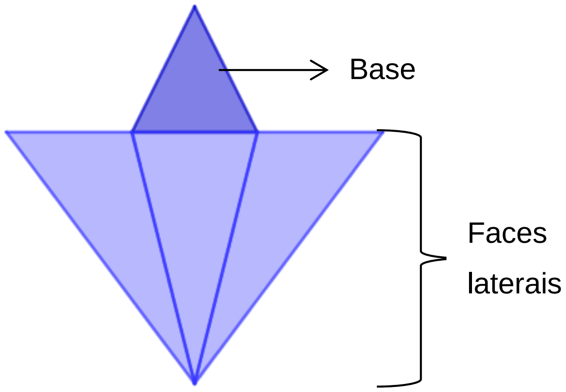
Para definir a área da superfície em uma pirâmide é preciso destacar as seguintes características:

Figura 20: pirâmide triangular



Fonte: a autora

Figura 21: planificação de pirâmide triangular



Fonte: a autora

- **Área lateral**: representa a soma de todas as áreas das faces laterais (A_ℓ);
- **Área da base**: corresponde a área do polígono da base (A_b);
- **Área total:** é a soma da área lateral com a área das bases (A_t).

Sendo assim, “a área total de uma pirâmide corresponde à área lateral mais à área da base” (GARCIA; SOUZA, 2016).

Isto é:

$$\mathbf{A_t = A_\ell + A_b}$$

No que se refere ao volume da pirâmide. Define – se como “o volume de uma pirâmide é um terço do produto da área da base pela medida da altura” (DOLCE; POMPEO, 2010).

Isto é:

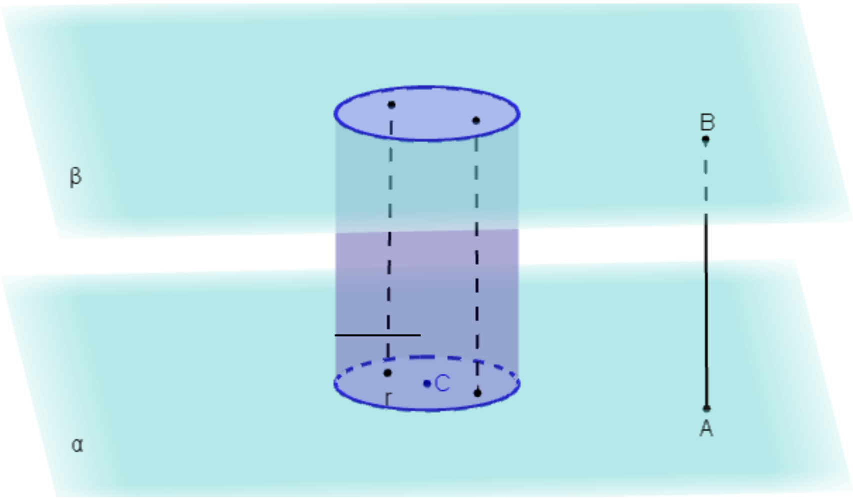
$$\mathbf{V = \frac{1}{3} A_b \cdot h}$$

2.2.4. Corpos redondos

2.2.4.1. Cilindro

Seja dois planos diferentes e paralelos, α e β, um círculo de centro C e raio r, incluído em α, e um segmento AB, sendo $A \in \alpha$ e $B \in \beta$. Identifica - se como cilindro circular ou apenas cilindro, o conjunto de todos os segmentos paralelos e congruentes a $\overline{AB}$ onde uma extremidade está contida no círculo de centro C em α e a outra extremidade está em β. Como é possível visualizar na figura (22)

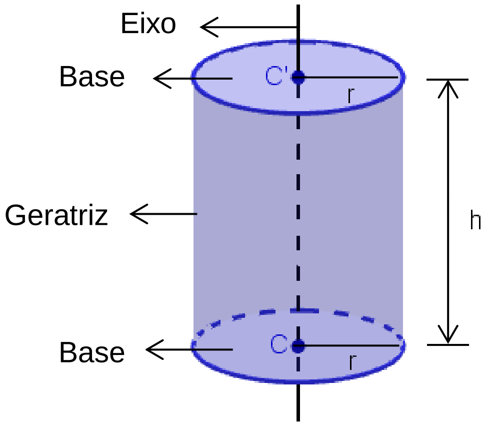
Figura 22: cilindro em dois planos



Fonte: a autora

A partir do cilindro é possível destacar os seus elementos, conforme são abordados na figura (23):

Figura 23: elementos do cilindro



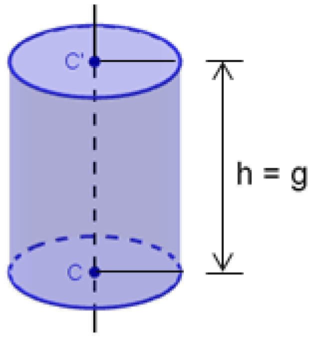
Fonte: a autora

- As **duas bases** são os círculos congruentes em planos paralelos de raio r e centros C e C';
- O **eixo** é a reta $\overleftrightarrow{\mathrm{CC}'}$;
- As **geratrizes** são os segmentos paralelos a $\overline{\mathrm{CC}'}$ contendo as extremidades nas circunferências das bases;
- A **altura** h corresponde à distância entre os planos das bases.

O cilindro possui duas classificações:

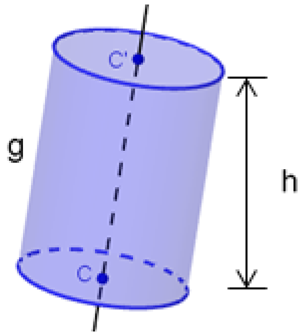
- Cilindro reto: quando as geratrizes (g) são perpendiculares às bases.
- Cilindro oblíquo: quando as geratrizes (g) são oblíquas às bases.

Figura 24: cilindro reto



Fonte: a autora

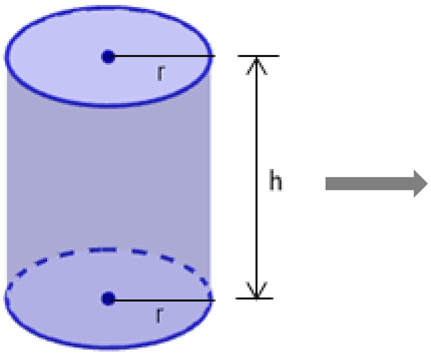
Figura 25: cilindro oblíquo



Fonte: a autora

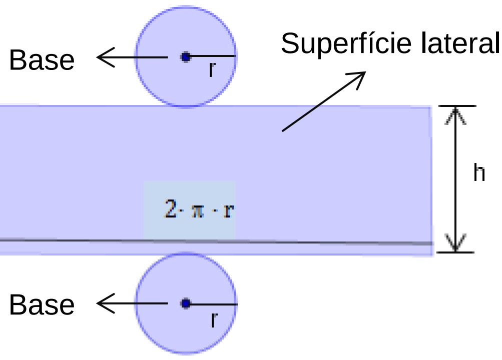
Para determinar a área da superfície do cilindro reto tem – se as seguintes características:

Figura 26: cilindro reto



Fonte: a autora

Figura 27: planificação de cilindro



Fonte: a autora

- A superfície lateral desenvolvida num plano (planificada) é um retângulo de dimensões $2 \cdot \pi \cdot \mathrm{r}$ e altura h. Assim:
- Área lateral: $\mathbf{A}_{\boldsymbol{\ell}} = \mathbf{2} \cdot \boldsymbol{\pi} \cdot \mathbf{r} \cdot \mathbf{h}$
- Área de base: $\mathbf{A}_{\mathbf{b}} = \boldsymbol{\pi} \cdot \mathbf{r}^2$
- Área total da superfície: $\mathbf{A}_{\mathbf{t}} = \mathbf{2} \cdot \boldsymbol{\pi} \cdot \mathbf{r} \cdot (\mathbf{r} + \mathbf{h})$

No que se refere ao volume do cilindro. “O volume de um cilindro é o produto da área da base pela medida da altura” (DOLCE; POMPEO, 2010).

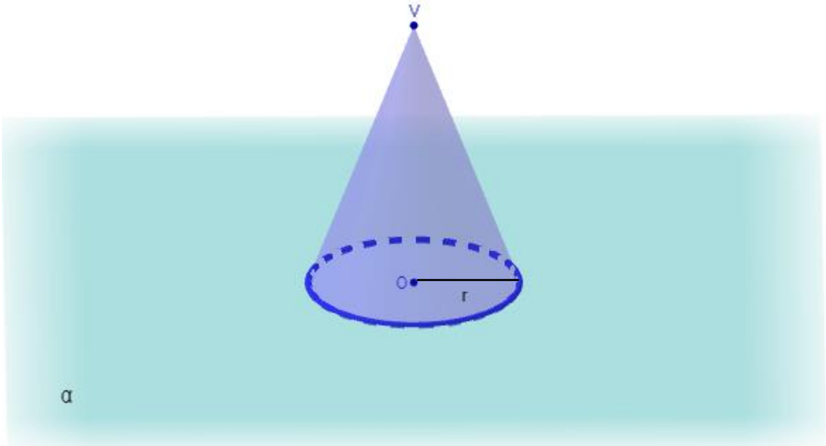
Isto é:

$$\mathbf{V} = \boldsymbol{\pi} \cdot \mathbf{r}^2 \cdot \mathbf{h}$$

2.2.4.2. Cone

Considera - se um plano α onde se tem um círculo de centro O contido nele e ainda, um ponto V não pertencente ao plano α. Assim, caracteriza - se como um cone circular ou cone, o conjunto de todos os segmentos na qual, uma extremidade está no círculo de centro O em α e a outra está na extremidade de V. De acordo com a figura (28).

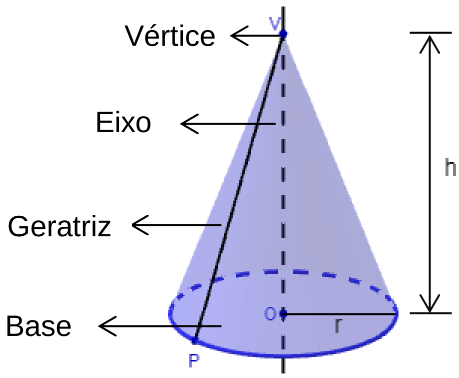
Figura 28: cone em um plano



Fonte: a autora

A partir do Cone é possível destacar os seus elementos, que por hora, estão representados na figura (29):

Figura 29: elementos do cone



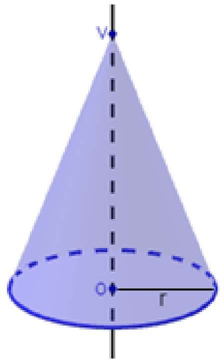
Fonte: a autora

- O **vértice** é o ponto V;
- O **eixo** é a reta $\overleftrightarrow{VO}$;
- As **geratrizes** são os seguimentos que possuem uma extremidade em V e a outra nos pontos da circunferência da base. Como exemplo neste cone, tem-se a geratriz $\overline{VP}$;
- A **base** é o círculo de centro O e raio r;
- A **altura** h corresponde à distância entre o vértice V e o plano da base;

O cone possui duas classificações:

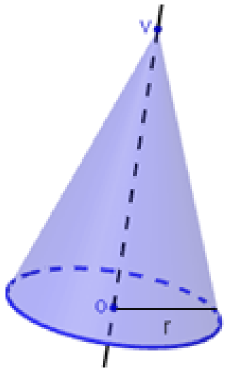
- Cone reto: quando o eixo é reto ao plano da base.
- Cone oblíquo: quando o eixo é oblíquo ao plano da base.

Figura 30: cone reto



Fonte: a autora

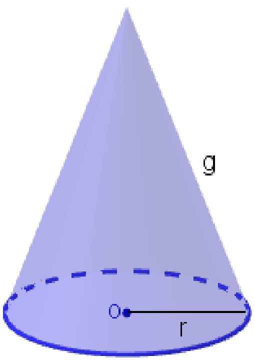
Figura 31: cone oblíquo



Fonte: a autora

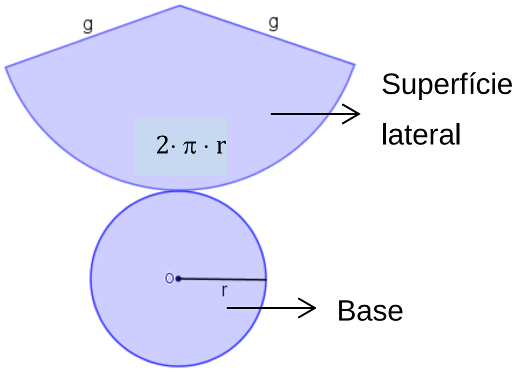
Para definir a área da superfície de um cone reto tem – se as seguintes características:

Figura 32: cone reto



Fonte: a autora

Figura 33: planificação do cone reto



Fonte: a autora

- A superfície lateral se apresenta como um setor circular cujo raio é g (geratriz) e comprimento do arco $2 \cdot \pi \cdot r$. Assim:

- Área lateral: $\mathbf{A_\ell = \pi \cdot r \cdot g}$
- Área de base: $\mathbf{A_b = \pi \cdot r^2}$
- Área total da superfície: $\mathbf{A_t = \pi \cdot r \cdot (r + g)}$

No que se refere ao volume do cone. “O volume de um cone é um terço do produto da área da base pela medida da altura” (DOLCE; POMPEO, 2010).

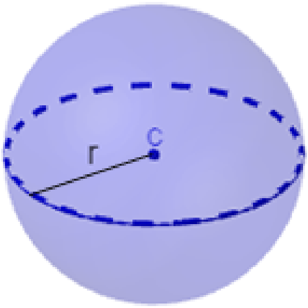
Isto é:

$$\mathbf{V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h}$$

2.2.4.3. Esfera

Identifica – se como esfera, o conjunto de todos os pontos do espaço que se apresentam a uma distância menor ou igual a r a partir do ponto C. Como é possível observar na figura (34).

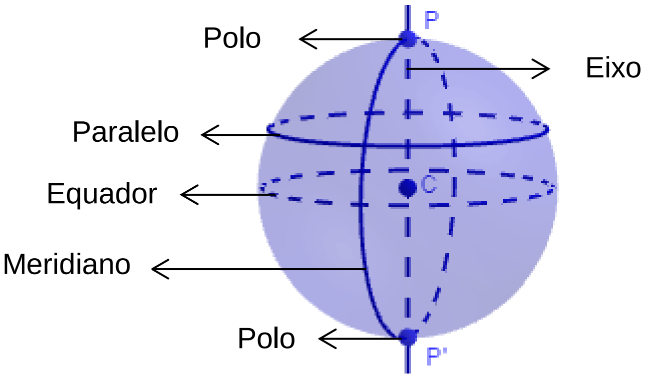
Figura 34: esfera



Fonte: a autora

A partir da esfera é possível destacar os seus elementos, que por hora, estão representados na figura (35):

Figura 35: elementos da esfera



Fonte: a autora

- O **centro** é o ponto C;
- Os **polos** (P e P') são os pontos de intersecção do eixo com a superfície da esfera;
- O **eixo** é a reta que está contida no centro da esfera;
- O **paralelo** é a circunferência obtida ao se dividir a esfera por plano paralelo ao equador;
- O **equador** é a circunferência perpendicular ao eixo, passando pelo centro C;
- O **meridiano** é a circunferência obtida ao se dividir a esfera por planos que integram o eixo.

A área da superfície de uma esfera de raio r é dada por:

$$\mathbf{A} = \mathbf{4} \cdot \boldsymbol{\pi} \cdot \mathbf{r}^2$$

E o volume da esfera de raio r é igual a:

$$\mathbf{V} = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{3}} \cdot \boldsymbol{\pi} \cdot \mathbf{r}^3$$

É importante enfatizar que, para as atividades propostas neste presente trabalho envolve apenas os poliedros regulares e não regulares.

3. MATERIAL CONCRETO NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM: O GEOESPAÇO

3.1. A importância do material concreto no processo de ensino-aprendizagem da geometria espacial.

No ensino da matemática, para que os alunos consigam uma aprendizagem significativa é necessário que se tenha uma teoria diante dos conteúdos a serem trabalhados, mas é essencial também que esteja aliada a ela, a prática. Desta forma, fazer com que os alunos se familiarizarem com materiais concretos e manipulativos é fundamental para proporcionar o conhecimento do universo matemático.

> Muitas vezes, os professores de matemática e mesmo os livros didáticos indicam uma nova unidade pela etapa da representação: em primeiro lugar, vem a definição (representação formal do conceito); depois, alguns exemplos; a seguir situações práticas em que se pode aplicar aquele conceito. Esse, acreditamos, é um dos grandes motivos pelos quais os alunos mesmo os de cursos do nível médio, acham que matemática é uma disciplina em que se devem decorar algumas regras e aplicá-las em situações de sala de aula, e que nada tem a ver com a vida prática. (TOLEDO e TOLEDO, 1997, p.37).

Com isso, o uso de material concreto, como ferramenta pedagógica, possibilita ao educando uma maior proximidade com o conteúdo, facilitando o trabalho didático pedagógico do professor, que por sua vez concretiza os saberes advindos de livros didáticos. Assim, o aprendizado deixa de ser totalmente abstrato e passam a tomar formas, tamanhos, movimentos, pesos e proporciona a assimilação a outros objetos da realidade.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais:

> Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive.
> O estudo da geometria é um campo fértil para trabalhar com situações problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades (BRASIL, 1998, p. 51).

Fundamentado nisso, como a geometria espacial é um conteúdo da matemática muito amplo, que por sua vez, se encarrega de estudar as figuras no espaço é essencial instigar no aluno, o interesse de buscar as relações que há entre o mundo em que está inserido e o assunto abordado. Aliado a isso, é fundamental o apoio de ao menos um material concreto que seja capaz de fazer com que os alunos saiam do abstrato e compreendam as figuras no concreto construindo assim, aulas mais atrativas e significativas.

De acordo com RAMOS (2017):

> Pensar matematicamente exige, desde cedo, um esforço de abstração, mas por sua vez, se faz necessário separar o pensamento de propósitos e intenções imediatas. Ensinar matemática é convidar o aluno à abstração de forma formativa e não somente de fixação. O professor precisa estar sempre em profundo busca e desenvolvimento do seu intelecto, para assim, poder abrir as portas do conhecimento de seus alunos (p.02, 2017).

Com base nisso, analisando o processo de aprendizado da geometria espacial percebe-se que os alunos possuem dificuldade de assimilação de nomes e formatos de figuras geométricas espaciais. O presente trabalho pretende auxiliar na compreensão e fixação do conteúdo de geometria espacial justamente, com o apoio de um material concreto.

Mas ao se utilizar o material concreto nas classes, é necessário que o professor de matemática realize antes o seu planejamento de aula, onde se devem analisar as formas de aplicação, como também a objetividade deste material, a contribuição do mesmo na aprendizagem do aluno diante do conteúdo proposto, e ainda, o momento ideal para o seu uso. Para que assim, satisfaça o processo de ensino e aprendizagem.

3.2. Geoespaço como material concreto/manipulável

O geoespaço é um material didático manipulável que também pode ser experimental e/ou demonstrativo.

O geoespaço é um dos recursos que podem auxiliar o estudo da geometria espacial, desenvolvendo atividades que envolvam a análise dos sólidos geométricos (KUSUKI, 2014). Sendo assim uma adaptação do geoplano, que por sua vez, é utilizado no estudo da geometria plana a fim de representar as figuras de duas dimensões (2D).

O uso do material pode ser tanto do professor que por sua vez, pode realizar a confecção do material e utilizar durante a explicação do conteúdo, quanto dos alunos para a execução de uma atividade proposta pelo educador, que pode ser de forma individual ou em grupo.

O geoespaço pode ser confeccionado de duas formas, ou seja, com base retangular e base circular.

3.2.1. Geoespaço retangular

Este material pode ser confeccionado com a utilização de duas placas de compensado, separadas por quatro suportes de madeira, ambas as placas são preenchidas com ganchos em distâncias iguais ou ainda, é possível que apenas uma placa de compensado seja preenchida por ganchos em distâncias iguais na base inferior e outra placa quadriculada de metal na base superior, conforme a figura (36). Desta forma, para a formação das figuras é possível utilizar barbantes ou elásticos apresentando assim, as figuras em sua perspectiva 3D.

Figura 36: geoespaço retangular com a construção de uma pirâmide quadrangular

Fonte: a autora

O geoespaço retangular é utilizado na representação de figuras, tais como, os prismas e pirâmides com suas formas retas e oblíquas apresentando assim, as suas diferentes bases (triangular, quadrada, pentagonal e hexagonal). Na construção desses sólidos é possível trabalhar a quantidade dos seus elementos básicos, ou seja, os números de arestas, faces e vértices como também, calcular a sua área lateral e área de base e ainda, o seu volume.

Há a possibilidade de calcular no geoespaço retangular o comprimento de uma diagonal do prisma, construir um tronco da pirâmide, além disso, a construção de uma pirâmide inscrita em um prisma desde que, ambas tenham a mesma base e assim, abordar uma relação entre seus respectivos volumes.

3.2.2. Geoespaço circular

Esse modelo de geoespaço é formado por duas placas de compensado, onde são sustentadas por quatro suportes de madeira, mas diferente do geoespaço retangular, as suas bases possuem formas circulares concêntricas.

Tem – se ainda que, ambas as placas são preenchidas de ganchos, que por sua vez, possuem distâncias iguais de um para outro. Os ganchos são usados como apoio na formação das figuras tridimensionais, juntamente com o auxílio de barbantes e elásticos que apresentaram então, as suas formas no geoespaço circular.

Figura 37: geoespaço circular

Fonte: KUSUKI, 2014

Ao utilizar o geoespaço circular é possível construir os sólidos geométricos, cilindros e cones nas suas formas retas e oblíquas. A partir das representações desses sólidos no geoespaço, é possível a visualização do seu raio da base, a secção de meridiana, a sua altura, como também, calcular a sua área lateral e área de base e ainda, o seu volume.

Tem – se a possibilidade de construir um tronco de cone e a geratriz de um cone. Além de, um cilindro reto circunscrito no cone reto, como também, um cilindro oblíquo circunscrito no cone oblíquo e com isso, abordar uma relação entre seus respectivos volumes.

Com tudo, é possível observar como o material geoespaço, tanto o retangular quanto o circular é conveniente no estudo da geometria espacial, desde que se tenha um planejamento satisfatório para o seu manuseio em sala de aula. Desta forma, a fim de realizar a proposta didática deste presente trabalho, será utilizado o geoespaço de modelo retangular.

4. PROPOSTA DE ATIVIDADES

A partir de uma atividade determinada na disciplina de Oficina de Material Pedagógico (7° semestre), foi possível vislumbrar a possibilidade de aplicabilidade do geoespaço para as aulas de matemática ao trabalhar o conteúdo de geometria espacial.

Uma vez que o uso de material concreto em aulas de matemática poderá potencializar a assimilação e relacionar o conteúdo com a prática.

Preparação da proposta de aula

Ao desenvolver essa atividade, se faz necessário, a utilização de 7 aulas, sendo elas de aproximadamente 50 minutos cada.

Os materiais utilizados para a realização de toda a proposta são: o material geoespaço, sólidos geométricos em acrílicos, quadro branco, pincel para quadro branco, folhas de sulfites, as cartas das figuras (38) e (39) e as atividades do apêndice {1} impressas.

Essa proposta será apresentada em 5 etapas:

4.1. Etapa 01

Uma breve revisão do conteúdo de geometria plana, analisando as nomenclaturas e formatos das suas principais figuras geométricas, tais como: triângulo, quadrado, retângulo, pentágono e hexágono. Também será abordada uma revisão sobre as áreas dessas mesmas figuras planas.

Essa etapa tem como intuito, a preparação dos alunos a fim de obter melhor compreensão das atividades propostas com o geoespaço, sendo elas, atividade 01 e atividade 02.

Para esta etapa reserva-se uma aula de aproximadamente 50 minutos.

4.2. Etapa 02

Este momento proporciona o ensino da geometria espacial.

Do conteúdo de geometria espacial será enfatizando a sua abordagem histórica como também, a sua participação no cotidiano dos alunos.

Será considerada nesta geometria, a definição dos poliedros regulares com a utilização dos sólidos em material acrílico, manipulável.

Em seguida os poliedros irregulares: prismas e pirâmides, com as suas nomenclaturas e seus elementos básicos: arestas, faces e vértices.

Para isso, será utilizado como demonstração o material didático geoespaço. Assim, conforme for sendo apresentada a nomenclatura de um poliedro, a sua forma será retratada no geoespaço e contados os elementos.

Após explicação do conteúdo é interessante reservar um determinado tempo (estipulado pelo professor e de acordo com o andamento desse processo) para que os alunos consigam sanar as dúvidas existentes em relação ao conteúdo.

Como também se familiarizar com o material geoespaço, ou seja, observar melhor os seus detalhes.

É importante que o educador se atente a explicar o passo a passo de como se realiza as construções no material para que assim, seja possível obter êxitos nas situações futuras.

Para esta etapa reservam-se duas aulas de aproximadamente 50 minutos cada.

4.3. Etapa 03

Nesta etapa será apresentada uma atividade, denominada dinâmica de jogo, com o objetivo de ensino do conteúdo até então abordado sobre geometria espacial. Como também, proporcionar uma socialização entre aluno-aluno e aluno-professor.

Atividade 01: Dinâmica de Jogo.

A dinâmica possui 3 fases a serem seguidas e executadas.

Fase 01: a intenção da dinâmica de jogo.

Haverá dois montes de cartas, onde em monte possuirão cartas com charadas cujas soluções são os poliedros regulares conforme a figura (38) e no outro, terão cartas com as nomenclaturas dos poliedros irregulares, de acordo com a figura (49).

Assim, os alunos terão que reproduzir a figura no material manipulável geoespaço e ainda, definir a quantidade dos elementos básicos dessa figura.

Figura 38: cartas das charadas

Sou um poliedro regular mais conhecido, nos cassinos do mundo todo sou utilizado. Possuo 8 vértices, 12 arestas e minhas faces são quadrangulares. Quem sou eu?

Fui um poliedro regular muito utilizado por povos da antiguidade a mais de dois mil anos e por isso sou conhecido até hoje. Possuo 4 vértices, 6 arestas e faces triangulares. Quem sou eu?

Sou um poliedro regular, mas não muito conhecido. Possuo 6 vértices, 12 arestas e minhas faces são triangulares. Para saber o número de face que eu possuo, multiplique o quarto número natural por dois. Quem sou eu?

Sou um poliedro regular muito difícil de ser feito, porém muito bonito. Sou o que possui o maior número de faces, além de ter 12 vértices e 30 arestas. Quem sou eu?

Sou um poliedro regular mais harmonioso e soberano, segundo Platão eu represento o universo e os cosmos. Possuo 20 vértices, 30 arestas e faces pentagonais. Quem sou eu?

Sou o poliedro regular mais comum, possuo 8 vértices e 6 faces. Sou usado em todos os jogos de tabuleiro. Quem sou eu?

Sou um poliedro regular que causa confusão, alguns dizem que sou uma pirâmide especial outros afirmam que não, possuo 4 vértices e 6 arestas. Quem sou eu?

Sou a junção de duas pirâmides iguais de base quadrada, possuo 6 vértices e 12 arestas. Quem sou eu?

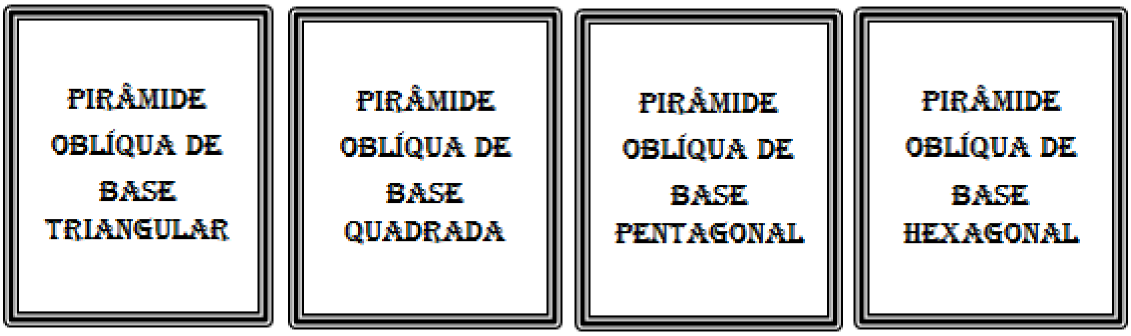
Sou um poliedro, meu formato lembra uma bola, minhas faces representam o símbolo da força dos EUA, tenho 20 vértices e 30 arestas. Quem sou eu?

Sou um poliedro, com
seis faces iguais, todas
quadrangulares, 8
vértices e nenhum mais,
naquele que é magico
sou cheio de cor.
Quem eu sou?

Fonte: A autora

Figura 39: cartas dos poliedros irregulares

PRISMA RETO DE BASE TRIANGULAR	PRISMA RETO DE BASE QUADRADA	PRISMA RETO DE BASE PENTAGONAL	PRISMA RETO DE BASE HEXAGONAL
PRISMA OBLÍQUO DE BASE TRIANGULAR	PRISMA OBLÍQUO DE BASE QUADRADA	PRISMA OBLÍQUO DE BASE PENTAGONAL	PRISMA OBLÍQUO DE BASE HEXAGONAL
PIRÂMIDE RETA DE BASE TRIANGULAR	PIRÂMIDE RETA DE BASE QUADRADA	PIRÂMIDE RETA DE BASE PENTAGONAL	PIRÂMIDE RETA DE BASE HEXAGONAL



Fonte: A autora

Fase 02: regras da dinâmica de jogo.

A dinâmica terá duas partes: na primeira parte, a equipe que começar deverá pegar uma carta do monte das charadas e responder de qual poliedro se trata, se os alunos acertarem ganha um ponto e se errar ou decidir não responder, não ganhará esse um ponto.

Na segunda parte, retira-se uma carta do monte das nomenclaturas de figuras e faz no material manipulável geoespaço a sua forma, posteriormente, diga a sua quantidade dos elementos básicos.

Com a execução de maneira totalmente correta da segunda parte da dinâmica, acumulam-se dois pontos, caso faça só um procedimento (só constrói a figura, por exemplo) ganha apenas um ponto e se não realizar nenhum processo, não conseguirá pontos.

Desta forma, concluindo toda a atividade proposta, poderá terminar essa primeira rodada com três pontos. Vence a dinâmica de jogo, o grupo que no final das rodadas (não definidas, pois será de acordo com o desenvolvimento dos alunos) acumularem mais pontos.

Fase 03: a aplicação da dinâmica.

Depois de explicar para a turma as regras, os alunos deverão se dividir em duas equipes. As equipes decidirão na sorte quem irá começar a atividade.

Como as equipes provavelmente, terão uma boa quantidade de alunos, poderão ir a cada rodada dois alunos (de cada grupo) para se ajudar durante a realização de todo o processo da dinâmica.

Posteriormente, o grupo que irá começar estará realizando a primeira rodada e ao final dela, o professor marcará a quantidade de pontos que conseguiu conquistar.

O mesmo processo fará a segunda equipe. E como já dito, irá vencer a dinâmica, a equipe que acumular mais pontos.

Para esta etapa reserva-se uma aula de aproximadamente 50 minutos.

4.4. Etapa 04

Após a realização das etapas 02 e 03 é possível instigar ainda mais os alunos. Induzi-los a utilizar o material geoespaço para aprender além de formas, nomenclaturas e elementos básicos das figuras tridimensionais.

O educador prosseguirá com o estudo da geometria espacial. Agora será abordado o conteúdo sobre as áreas e volumes dos poliedros irregulares, ou seja, prismas e pirâmides.

Novamente é possível utilizar o geoespaço como demonstração para realizar as explicações do conteúdo, juntamente com exemplos de cálculos.

Para esta etapa reservam-se duas aulas de aproximadamente 50 minutos cada.

4.5. Etapa 05

Nesta etapa será aplicada a atividade 02, que por ventura, tem o intuito de praticar o que foi ensinado sobre áreas e volumes dos sólidos irregulares.

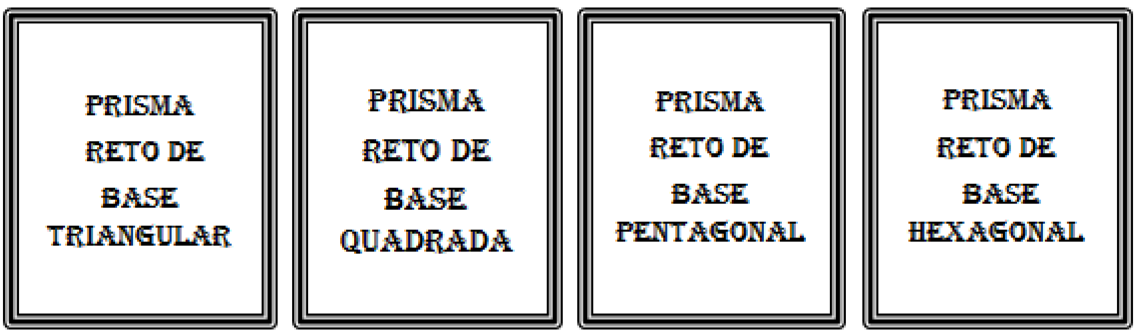
Atividade 02: lista de exercícios.

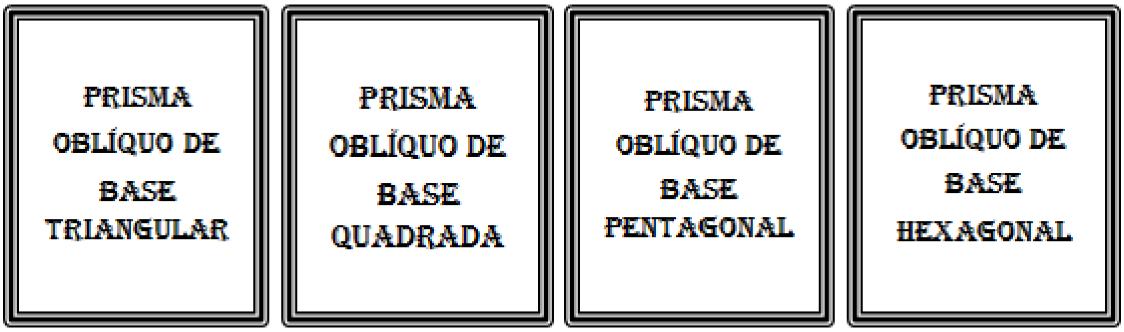
Para essa atividade, serão reutilizadas da dinâmica de jogo (atividade 01) as cartas das nomenclaturas dos poliedros irregulares (prismas e pirâmides).

Com isso, haverá novamente dois montes de cartas: um monte estará as nomenclaturas dos prismas (retos e oblíquos) conforme a figura (40).

E no outro monte, possuirá as nomenclaturas das pirâmides (retas e oblíquas) como apresenta a figura (41).

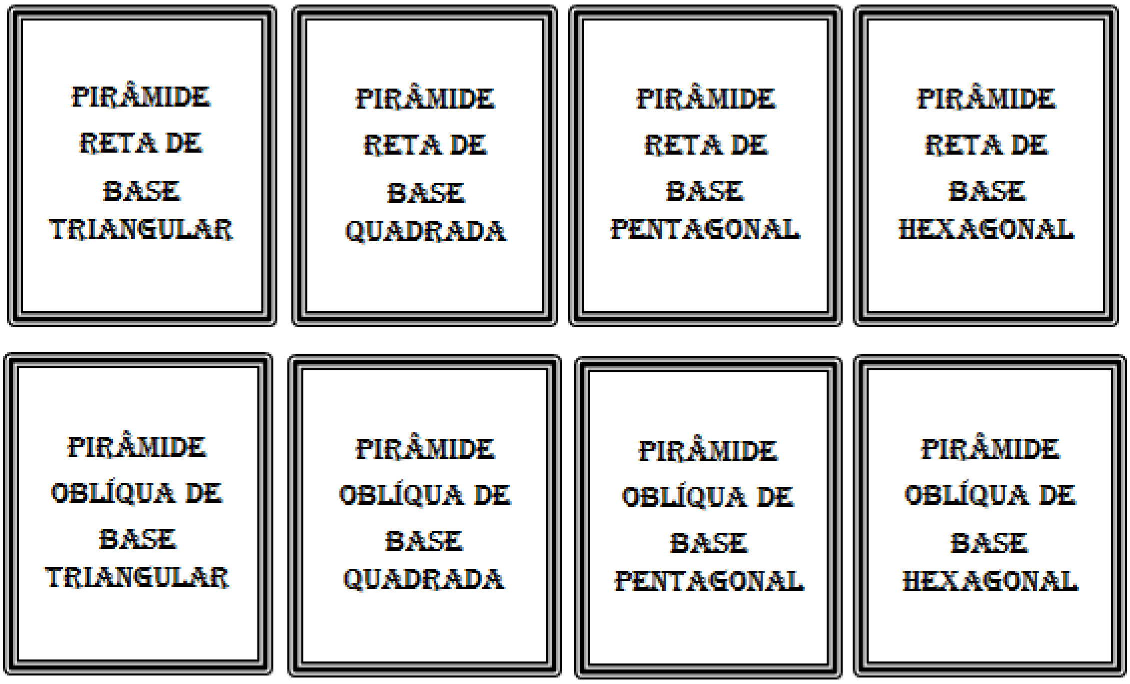
Figura 40: cartas com as nomenclaturas dos prismas





Fonte: A autora

Figura 41: cartas com as nomenclaturas das pirâmides



Fonte: A autora

Os alunos da turma deverão formar duplas e nisso, cada dupla pegará uma carta de cada monte. Após todas as duplas estarem com suas duas cartas, será entregue uma lista de exercícios. Conforme o apêndice {1}.

Nisso, cada dupla, uma por vez, irá construir suas figuras no geoespaço, posteriormente, com o auxílio de uma régua irão medir as dimensões de cada sólido. As anotações das medidas poderão ser escritas em uma folha de sulfite.

Desta forma, as duplas irão responder a lista de exercícios de acordo com as informações coletadas do material geoespaço.

As respostas (onde é necessário apresentar também, os cálculos) do questionário devem estar escritas na folha de sulfite com a mesma ordem da lista de exercícios e então grampeá – las.

Ao finalizar a atividade, essas folhas devem ser entregues ao professor, que por sua vez, fará as correções.

Para esta etapa reserva-se uma aula de aproximadamente 50 minutos.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A ideia deste trabalho ocorreu devido a uma atividade da disciplina de Oficina de materiais pedagógicos durante o 7° semestre, que por sua vez, foi planejada por três pessoas. O objetivo da atividade era criar um projeto em que o professor utilize o apoio de materiais didáticos ao ministrar suas aulas.

Desta forma, após várias pesquisas foi encontrado o material geoespaço. O geoespaço que é utilizado principalmente no estudo da geometria espacial é bem similar ao geoplano, que por seu lado, se faz satisfatório no estudo da geometria plana e sendo também, o mais conhecido nas escolas.

À vista disso, foi possível obter mais conhecimento sobre o material geoespaço e sua aplicabilidade no estudo da matemática e assim, determinar que este estudo devesse ser levado para além de uma atividade avaliativa em sala de aula.

A matemática se faz presente em todos os âmbitos e situações. O ensino desta ciência tem a capacidade de potencializar as habilidades cognitivas, tais como, o raciocínio lógico e interpretações em várias situações que possibilitam aos alunos a compreensão e a transformação à realidade vivenciada. Com isso, ao ser levada para sala de aula é preciso ter o cuidado de como abordá - la, ou seja, tentar torná – la menos abstrata e mais “palpável” e realística possível para que muitos alunos deixem de ter essa aversão em relação à geometria.

O estudo da geometria espacial é um conteúdo em que os alunos geralmente apresentam dificuldades de assimilar as formas das figuras geométricas que são representadas por meio de ilustrações dos livros didáticos, por exemplo. Desta forma, é importante que o professor leve isso em consideração e busque durante as suas aulas o auxílio de materiais concretos.

Desse modo, tem - se que ao propor o conteúdo da geometria espacial com o auxílio do geoespaço é um método integrador no processo de ensino e aprendizagem, pois o material será utilizado tanto pelo professor para a demonstração e explicação de conceitos. Como também, aos alunos nas realizações das atividades.

Na proposta dinâmica de jogo, é proporcionada aos alunos a realização das construções das figuras tridimensionais no geoespaço, além do estimular o raciocínio com as charadas, nisso ocorre um melhor aprendizado ao ser possível visualizar de maneira concreta as suas formas e também, um momento de maior interação entre a turma, tornando as aulas mais atrativas, divertidas e diferenciadas.

E com a atividade referente aos cálculos das áreas e volumes, tem - se que, aos alunos construir a figura no geoespaço e com base nisso, calcular suas medidas eles terão a possibilidade de observarem de forma concreta como é realizada a ideia de cada cálculo, uma vez que, na maioria dos exercícios já aparecem com propostas de medidas desta forma, os estudantes acabam não tendo dimensão do tamanho daquela figura.

Espera-se que este trabalho sirva como apoio para profissionais atuantes na área da matemática ao levar para a sua sala de aula o conteúdo de geometria espacial. E que essas atividades propostas atuem como fixação de nomes, formatos e elementos básicos das figuras geométricas espaciais como também as perspectivas de áreas e volumes de primas e pirâmides e ainda, que os alunos tenham mais conhecimento e interação com o material manipulável geoespaço.

6. REFÊRENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática.** Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo, Edgard Blücher, Ed. da Universidade de São Paulo, 1974.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática/Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática:** contexto e aplicações. São Paulo: Ática, 2011.

DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. **Fundamentos de matemática, 10:** geometria espacial, posição e métrica. 7. ed. São Paulo: atual, 2013.

GARCIA, Jacqueline da Silva Ribeiro; Souza, Joamir Roberto de. **#contato matemática, 2° ano**. 1° ed. São Paulo: FDT, 2016.

KUSUKI, Luiz Rodolfo. **Um estudo das potencialidades pedagógicas de atividades exploratórias-investigativas com o material didático geoespaço**. Dissertação (Mestrado de Ensino de Ciências Exatas) - Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba, 2014. Disponível em: <https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/4453/5736.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 03/05/2020.

RAMOS, Taurino Costa. **A importância da matemática na vida cotidiana dos alunos do ensino fundamental II**. Cairu em Revista, p.201,2017. Disponível em: <https://www.cairu.br/revista/arquivos/artigos/20171/11_IMPORTANCIA_MATEMATICA.pdf >. Data de acesso: 03/05/2020.

TOLEDO, Marília. TOLEDO, Mauro. **Didática da matemática:** com a construção da matemática. São Paulo: FTD, 1997.

APÊNDICE 1: LISTA DE EXERCÍCIOS

Nome dos alunos(as):____

Turma:____

Data: ___/___/___.

EXERCÍCIOS SOBRE ÁREA E VOLUME DOS POLIEDROS IRREGULARES UTILIZANDO O GEOESPAÇO

PRISMA
Especifique o seu prisma:____.
1. Faça a construção dessa figura no geoespaço e com base nisso, calcule sobre a área da superfície deste prisma: a) A área lateral; b) A área de base; c) A área total. 2. Determine o volume deste prisma.

PIRÂMIDE
Especifique a sua pirâmide:____.
1. Faça a construção dessa figura no geoespaço e com base nisso, calcule sobre a área da superfície desta pirâmide: a) A área lateral; b) A área de base; c) A área total. 2. Determine o volume desta pirâmide.