

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE
RONDÔNIA / *CAMPUS* CACOAL
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

MIRIAN XAVIER DA CONCEIÇÃO

**DESAFIOS E POSSIBILIDADES NA APLICAÇÃO DAS BARRAS DE NAPIER POR
MEIO DO ALGORITMO DE MULTIPLICAÇÃO**

**CACOAL-RO
MAIO/2024**

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE
RONDÔNIA / *CAMPUS* CACOAL
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

MIRIAN XAVIER DA CONCEIÇÃO

**DESAFIOS E POSSIBILIDADES NA APLICAÇÃO DAS BARRAS DE NAPIER POR
MEIO DO ALGORITMO DE MULTIPLICAÇÃO**

Trabalho de conclusão de curso na modalidade artigo apresentado à Coordenação de Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Rondônia - IFRO, *Campus* Cacoal.

**Orientador: Prof. Me. Jorge da Silva Werneck.
Orientador: Prof. Dr. Sérgio Nunes de Jesus.**

**CACOAL-RO
MAIO/2024**

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema Gerador de Ficha Catalográfica do IFRO,
com dados informados pelo(a) próprio(a) autor(a).

Conceição, Mirian Xavier da.
DESAFIOS E POSSIBILIDADES NA APLICAÇÃO DAS BARRAS
DE NAPIER POR MEIO DO ALGORITMO DE MULTIPLICAÇÃO /
Mirian Xavier da Conceição, Cacoal-RO, 2024.
20 f.

Orientador(a): Prof. Me. Jorge da Silva Werneck.
Coorientador(a): Prof. Dr. Sérgio Nunes de Jesus.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) –
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Rondônia - IFRO,
Cacoal-RO, 2024.

1. Educação Matemática. 2. Ensino-Aprendizagem de Matemática. 3.
Método de multiplicação. 4. Rabdologia. I. Werneck, Jorge da Silva (orient.).
II. Jesus, Sérgio Nunes de (coorient.). III. Instituto Federal de
Educação, Ciência e Tecnologia de Rondônia - IFRO. IV. Título.

Bibliotecário(a) Responsável: Fernanda de Oliveira Freitas Cavalcante, CRB-11/762 (Campus Cacoal)

DESAFIOS E POSSIBILIDADES NA APLICAÇÃO DAS BARRAS DE NAPIER POR MEIO DO ALGORITMO DE MULTIPLICAÇÃO¹

Mirian Xavier da Conceição²

Jorge da Silva Werneck³

Sérgio Nunes de Jesus⁴

RESUMO: Este trabalho tem como objetivo apresentar a aplicação do Algoritmo de Multiplicação por meio das barras de *John Napier*, conduzida mediante uma revisão bibliográfica, utilizando fontes como livros, artigos, dissertações e outras obras literárias. A pesquisa mostrou que, entre as operações aritméticas, a multiplicação desempenha um papel fundamental na resolução de adições sucessivas de um mesmo número, destacando as barras de Napier como um recurso concreto capaz de estimular positivamente o processo de ensino-aprendizagem, especialmente no que diz respeito à operação de multiplicação. Concluiu-se que, as barras de Napier podem ser utilizadas como recursos didáticos eficazes ou ferramentas práticas na demonstração de situações-problemas de multiplicação em sala de aula, ou quando houver a necessidade de lidar com números grandes.

Palavras-chave: Educação Matemática. Ensino-aprendizagem de Matemática. Método de Multiplicação. Rabdologia.

ABSTRACT: *This work aims to present the application of the Multiplication Algorithm through John Napier's bars, conducted through a bibliographical review, using sources such as books, articles, dissertations and other literary works. The research showed that, among arithmetic operations, multiplication plays a fundamental role in solving successive additions of the same number; highlighting Napier bars as a concrete resource capable of positively stimulating the teaching-learning process, especially when it comes to respect to the multiplication operation. It was concluded that Napier bars can be used as effective teaching resources or practical tools in demonstrating multiplication problem situations in the classroom, or when there is a need to deal with large numbers.*

Keywords: *Mathematics Education. Teaching-learning Mathematics. Multiplication Method. Rhabdology.*

Introdução

A matemática está intrinsecamente entrelaçada ao cotidiano, desde um simples troco no supermercado, passando pelo cálculo dos reajustes de salário, até o uso de computadores, por isso, entender a matemática e suas aplicações são fundamentais para solucionar problemas do mundo real, dos mais simples aos mais sofisticados sendo necessário um longo processo de estudo e dedicação.

¹Texto apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Rondônia (IFRO), *campus* Cacoal, como requisito parcial da avaliação para a obtenção do título de Licenciada em Matemática.

²Acadêmica do curso de Licenciatura em Matemática, *campus* de Cacoal-IFRO.

E-mail: miriann_xavier@hotmail.com

³Mestre em Matemática (PROFMAT-UNIR). Especialista em Matemática (UNIR). Graduado em Matemática (UNIR). Professor Efetivo EBTT, no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Rondônia - IFRO, *campus* Cacoal / Orientador.

⁴Doutor em Ciências da Linguagem (UNICAP). Professor Efetivo EBTT, no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Rondônia - IFRO, *campus* Cacoal / Coorientador.

De acordo com Pombo e Lima (2021), a matemática pode ser considerada como uma ciência do raciocínio lógico e abstrato, apresentando várias linhas de estudos e, em suas particularidades, a magnitude existente em cada uma delas. A partir desse princípio de que a matemática é uma ciência, encontram-se inúmeras pesquisas, pois são diversos autores, pensadores e filósofos tentando desbravar seu conceito. Para facilitar a assimilação, pode-se imaginar a matemática como um quebra cabeça onde cada peça é uma área que ela abrange, ou seja, a matemática não está relacionada num único contexto apenas, mas ela está dividida e conectada com várias aplicações.

Por conseguinte, ao estudar as áreas da matemática necessita-se saber resolver as operações matemáticas básicas de adição, subtração, multiplicação e divisão, pois elas são fundamentais para resolver os problemas matemáticos, seja para um raciocínio simples a um cálculo mais complexo. Portanto, se faz necessário buscar métodos, práticas e ferramentas que visam auxiliar o processo de ensino-aprendizagem das operações básicas de matemática.

Segundo Moreno (2021), a multiplicação pode ser descrita como a operação de dois números, resultando na soma repetida de um deles de acordo com as unidades do outro. Ao considerar esta perspectiva nota-se a essência da multiplicação como uma operação que envolve a repetição de adições, o que é fundamental para compreender o processo de multiplicação e sua aplicação em diversos contextos matemáticos.

Para solucionar os cálculos de multiplicação, existe um instrumento utilizado antes do advento das calculadoras, que serve como material concreto capaz de tornar os cálculos complexos de modo mais eficiente e prático. Essa ferramenta é conhecida como as barras de Napier, também referidas por outras nomenclaturas como ossos e varetas de Napier.

O objetivo geral deste trabalho é apresentar a aplicação do Algoritmo de Multiplicação por meio das barras de John Napier. Além disso, este trabalho tem como objetivos específicos identificar os desafios e possibilidades da aplicação, demonstrar a relevância do método na simplificação de operações aritméticas de multiplicação, bem como apresentar seu potencial como recurso didático no processo de ensino-aprendizagem de matemática.

Em relação a metodologia deste trabalho, ele pode ser classificado como uma pesquisa descritiva, com abordagem qualitativa, tendo como principal meio a técnica de coleta de dados a pesquisa bibliográfica. De acordo com Gil (2017), a pesquisa classificada como exploratória visa proporcionar maior familiaridade com o problema e sua coleta de dados pode ocorrer de diversas formas, sendo uma delas o levantamento bibliográfico. Ainda, segundo o autor, a pesquisa bibliográfica consiste na pesquisa a qual é baseada em materiais (livros, revistas, teses, anais de eventos científicos etc.) já publicados. Além disso, a abordagem qualitativa busca um entendimento aprofundado sobre determinado assunto e os dados coletados são principalmente descritivos.

Neste sentido, primeiramente foi realizado um levantamento de dados em livros, artigos científicos e teses com o objetivo de identificar os principais conteúdos encontrados sobre a origem, descrição e construção das barras de Napier, bem como sobre a bibliografia de John Napier. De modo complementar a pesquisa bibliográfica, foram realizadas traduções de idiomas do inglês e do latim para o português por meio da ferramenta Google Tradutor, como também foram construídas imagens do algoritmo de multiplicação e das barras de Napier com o intuito de facilitar o entendimento do conteúdo desse estudo. Conforme observado por Macedo (1994), a etapa preliminar de um estudo envolve várias etapas, sendo elas a identificação e obtenção de documentos relevantes, elaboração de um esquema preliminar e lista de descritores, transcrição de dados em fichas, enriquecimento do levantamento inicial com bibliografias dos documentos analisados.

Desta forma, a primeira parte deste artigo tratará dos fatos históricos que levaram à criação das barras de John Napier. Em seguida, apresentar-se-á a definição, o processo de construção e a manipulação do algoritmo de multiplicação por meio das barras de Napier e a

última parte, demonstra a aplicação do algoritmo de multiplicação na resolução de questões contemporâneas.

Uma abordagem histórica: os fatos que levaram à criação das barras de Napier

Para explorar sobre a origem, conceito e aplicação das barras de Napier, é necessário, neste primeiro momento, compreender quem foi John Napier e sua importância para a história da matemática. John Napier, originalmente no latim *Ioanne Nepero*, e referido como Napier ou *Neper*, embora não tenha alcançado o mesmo prestígio de alguns matemáticos, tornou-se famoso por sua criação dos logaritmos, como foi discutido ao longo deste estudo.

Ao revisar a bibliografia de John Napier, o autor Rodrigues (2020), faz suas contribuições acerca da proveniência familiar de *Neper*, ele nasceu em 1550 em uma família rica no Castelo de *Merchiston*, tornou-se o oitavo lorde de *Merchiston*, sua paixão pela teologia manifestou-se quando ingressou na Universidade *St. Andrews* aos treze anos. No entanto, antes de concluir seus estudos, decidiu prosseguir com sua educação na Europa continental, embora haja poucos detalhes disponíveis sobre esse período de sua vida.

Os primeiros anos de formação de John Napier, destacam-se por sua origem privilegiada e seu interesse precoce pela teologia, o que sugere que ele cresceu em um ambiente de privilégio financeiro desde o início de sua vida. No entanto, deixa uma lacuna significativa em relação aos seus estudos na Europa continental.

Figura 1 – Gravura pontilhada de John Napier.



Fonte: Freeman (1550-1617).

Rodrigues (2020), afirma ainda que, Napier voltou à Escócia em 1571, ou seja, aos 21 anos, dedicando a maior parte de seu tempo às suas propriedades, onde criou métodos agrícolas para melhorar a terra e os rebanhos.

Considerando os dados fornecidos, é possível observar o interesse e a participação ativa de Napier no desenvolvimento agrícola, o que evidencia sua versatilidade e comprometimento com o progresso em diferentes campos. Essa abordagem reforça a concepção de Napier como uma figura multifacetada e empreendedora em sua época.

Conforme afirmado por Lanzarin (2004), em 1572, Napier ordenou a construção de um castelo em suas terras em *Gartness*, onde ele e sua esposa passaram a residir a partir de 1574. Nesse período, Napier dedicou-se à administração de suas propriedades e transformou o castelo em um local frequentado por cientistas e artistas. Ele utilizava sua considerável fortuna para atrair inventores, matemáticos, astrônomos, poetas, pintores e literatos para seu convívio. Além disso, Napier era um inventor prolífico e obteve diversos avanços significativos no campo da agricultura, aplicando-os diretamente em suas terras. Ele desenvolveu fertilizantes e substâncias para o controle de pragas, contribuindo assim para o aumento da produtividade agrícola.

Ao longo de sua trajetória histórica, Napier conquistou considerável influência na sociedade de seu país antes mesmo de completar 25 anos. Ele estabeleceu sólidas conexões com indivíduos e aplicou os conhecimentos adquiridos, consolidando sua presença significativa no cenário social. Aliás, o ramo que Napier mais gostava de trabalhar era a religião e a política.

Simão (2018), caracteriza John Napier como um fervoroso opositor da Igreja Católica e seguidor das ideias de John Knox e Jaime I, publicou em 1593 uma obra amplamente lida contra a Igreja de Roma, intitulada “*A Plaine Discovery of the Whole Revelation of Saint John*”, na qual argumentava que o papa era o Anticristo e previa que o mundo terminaria entre os anos de 1688 e 1700.

Essa primeira obra de John Napier (*A Plaine Discovery*), não estava relacionada à matemática, mas sim à teologia, que era uma das suas maiores paixões. Além disso, é relevante abordar como essa obra reflete as tensões e controvérsias religiosas da época, bem como seu impacto na sociedade e na religião.

Como salientado por Reis (2014), a reputação de Napier não foi estabelecida por meio de seu envolvimento em atividades religiosas ou por suas previsões alarmantes, mas sim pela criação de uma técnica que simplificaria o trabalho de cientistas ao longo de várias gerações: os logaritmos. Essa discrepância entre a expectativa e a realidade ressalta a imprevisibilidade e a complexidade da trajetória de Napier e de muitos outros indivíduos notáveis da história. Sua maior contribuição para a humanidade acabou sendo algo completamente diferente do que se poderia esperar com base em suas outras atividades e interesses.

Os autores Eves (2011), Martins, Manoel (2000) e Alfano (2020), estabelecem que Napier trabalhou durante 20 anos até publicar os resultados e conceituar os logaritmos como *logos* e *arithmos*, que significam, respectivamente, “razão” e “número”, e essa sua descoberta foi publicada em 1614, onde recebeu o título de *Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio*, ou seja, uma descrição maravilhosa regra dos logaritmos. A persistência e dedicação de Napier em seu trabalho resultaram em uma contribuição que revolucionou a matemática, simplificando cálculos complexos e influenciando significativamente o desenvolvimento da ciência e tecnologia.

Além do mais, neste Cânon de Logaritmos, Napier explica com riqueza de detalhes sua definição de logaritmos e fornece uma tábua que dá os logaritmos de segmentos de reta dos senos de certos ângulos de minutos sucessivos de arco (Eves, 2011). Essa abordagem demonstra a meticulosidade de Napier na explanação de seu trabalho e na disponibilização de recursos práticos para facilitar os cálculos matemáticos.

Evidentemente, outros pesquisadores fizeram suas contribuições ao longo da história sobre logaritmos. Inclusive o próprio Napier, escreveu um segundo livro sobre os logaritmos, que recebeu o título de *Mirifici Logarithmorum Canonis Constructio*, onde introduziu a base 10 e descreveu como foram construídos, mas só foi publicada em 1619, ora dois anos após a sua morte (Boyer; Merzbach, 2012).

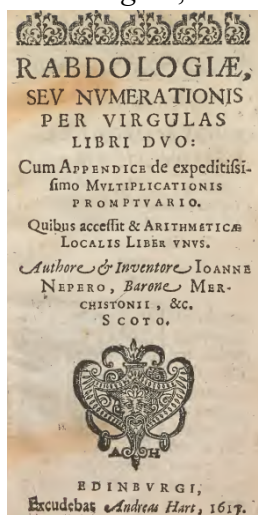
Entretanto, não é o foco deste artigo discutir detalhadamente cada etapa da criação dos logaritmos. Em vez disso, busca-se compreender como os estudos pioneiros de John Napier

sobre logaritmos no início do século XVII contribuíram para grandes conquistas, como o desenvolvimento do comércio, da navegação e da astronomia ao longo da história da matemática. É importante ressaltar que tais avanços só foram possíveis graças à colaboração de outros estudiosos.

Cervera (2004, tradução própria), descreve que os logaritmos se espalharam rapidamente por toda a Europa e o mesmo espírito que animou Napier no desenvolvimento dos logaritmos é o que levou à publicação de seu tratado, *Rabdologiae*. A referência ao tratado *Rabdologiae* sugere que Napier estava continuamente buscando novas maneiras de contribuir para a compreensão e aplicação dos números, demonstrando seu compromisso com o progresso científico.

Percorridos três anos, após a publicação acerca dos logaritmos, ou seja, já no ano de 1617 mesmo ano em que faleceu (aos 67 anos de idade), John Napier publica uma nova obra intitulada *Rabdologiae, Seu Numerationis Per Virgulas Libri Duo: cum appendice de expeditissimo multiplicationes promptuario, quibus accessit e arithmeticea localis liber unus* (conforme a figura 2), que em tradução significa: Dois Livros sobre as Operações dos Números com a Ajuda de Vírgulas: com um apêndice do método de multiplicação muito rápido por meio do qual acessa-se um livro de matemática local.

Figura 2 – Capa do Livro *Rabdologiae, Seu Numerationis Per Virgulas*.



Fonte: John Napier (1617, p. 1).

Nesta obra, Napier (1617, f. 1, *apud* Martins, Eugenio, 2019), explica que, calcular é um difícil e longo processo, cujo tédio impede muitos estudos da matemática, por isso ele utilizou a força e o talento que possuía para agilizar o processo de calcular, assim como fez nos anos anteriores em seu *Cânon Logaritmos*.

Basicamente, Napier foi muito sábio ao perceber o avanço das civilizações e o crescimento da ciência, pois cada vez mais o homem sentia dificuldade e a necessidade de trabalhar com grandes números de maneira precisa e prática, haja vista que naquela época não existia aparelhos eletrônicos como temos atualmente, diante disso, ele trabalhou em soluções engenhosas que pudessem otimizar os números naturais e as operações mais difíceis, por meio de instrumentos a fim de facilitar os cálculos para a construção de suas tabelas logarítmicas.

Com base nisso, Napier (1617, f. 3, *apud* Martins, Eugenio, 2019), justifica duas motivações para tornar público seu livro, a primeira baseava-se na observação de que essas barras eram amplamente utilizadas tanto na Escócia quanto no exterior, quase se tornando de uso comum, a segunda razão foi o incentivo recebido de outra pessoa, que gentilmente o

aconselhou a publicar o livro sob seu próprio nome, para evitar que fosse atribuído a outra pessoa.

As razões apresentadas por Napier revelam a alta demanda e ampla aceitação das barras de calcular, tanto na Escócia quanto em outros países. É importante evidenciar, que os tratados de Napier foram originalmente produzidos no latim e posteriormente, foram realizados estudos feitos por diversos autores, com a finalidade de desvendar seus métodos e replicar seus ensinamentos para diferentes povos.

Os estudiosos Martins, Eugenio e Pereira (2018), oferecem uma descrição detalhada e ilustrada da *Rabdologiae*, evidenciando que a obra aborda uma variedade de instrumentos matemáticos, confirmando que ela está dividida em quatro livros: o primeiro trata da construção e utilização das barras de números, o segundo aborda a barra para cálculos geométricos, o terceiro discute a construção e utilização do tabuleiro mecânico, enquanto o último apresenta a construção e utilização do prontuário de multiplicação, conhecido como ábaco de Napier.

Com base nessas informações, compreende-se de maneira sucinta que *Neper* tornou público este exemplar *Rabdologiae*, com o intuito de auxiliar as pessoas da época a aliviar a carga e tédio de longos cálculos matemáticos e garantir seus direitos autorais pela obra, apresentando a trilogia de três elementos, a *Rabdologia* (barras de Napier) que utiliza varetas gravadas com números, o *Multiplicationis Promptuarium* (Promptuário para Multiplicação) que utiliza tiras dispostas em uma caixa e o Ábaco de Napier (Tabuleiro de Xadrez) que realiza operações aritméticas em um tabuleiro de xadrez, no decorrer de seus quatro capítulos.

Nesta perspectiva, Williams (2003, tradução própria), explicita que segundo dispositivo de Napier, o *multiplicationis promptuarium*, era uma versão mais elaborada dos ossos de Napier, consistindo em dois conjuntos de tiras dispostas em ângulos retos para facilitar a multiplicação de números com vários dígitos. O terceiro dispositivo era uma espécie de ábaco de mesa posicionado sobre um tabuleiro de xadrez, no qual as linhas e colunas representavam lugares dentro do sistema numérico binário. No entanto, esses dois dispositivos não alcançaram a mesma popularidade da *rabdologia*, popularmente referido como barras de Napier.

Naquela época, a alfabetização e o conhecimento matemático eram limitados em comparação com os padrões atuais. Portanto, dispositivos complicados ou conceitos difíceis de entender teriam menos apelo para o público em geral. Os outros dois dispositivos de Napier, o *Multiplicationis Promptuarium* e Ábaco de Napier, não alcançaram tanta popularidade, em parte devido à sua complexidade ou à natureza dos conceitos envolvidos, que eram incompreensíveis para a maioria das pessoas.

Este artigo se limita exclusivamente ao primeiro instrumento, que também compartilha o título da obra, a *Rabdologia* (barras de Napier), impulsionada por vários fatores importantes que refletiam as necessidades e desafios matemáticos da época. Portanto, a seguir apresentam-se os procedimentos de construção das varetas, visando posteriormente o ensino do algoritmo de multiplicação por meio das barras de John Napier.

As barras de Napier

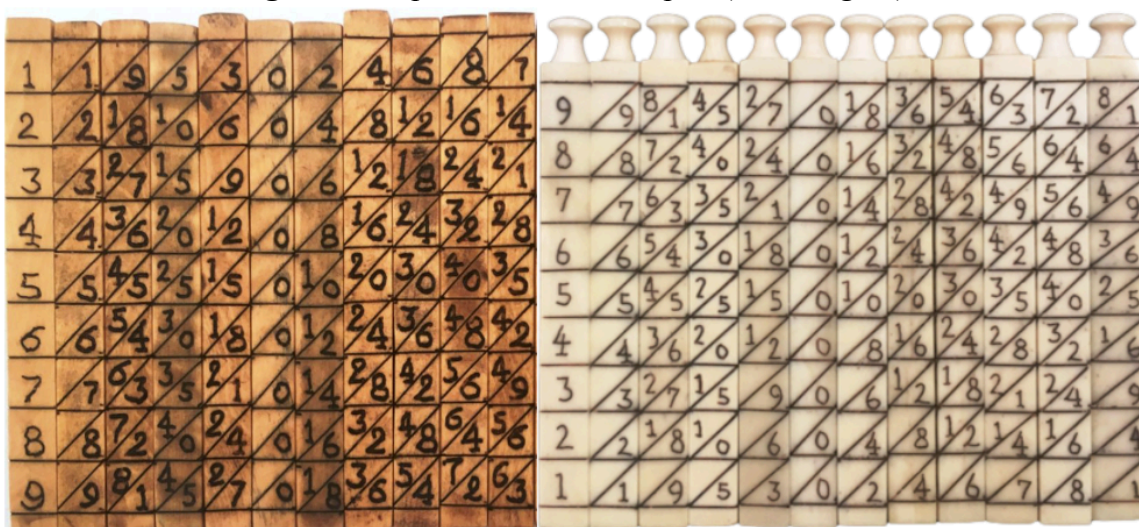
A primeira ferramenta concreta de calcular criada por Napier que também leva o título da obra em que foi publicada em 1617, *Rabdologiae*, é a base desta pesquisa, possui origem grega e em tradução significa estudo das barras, por este motivo, o termo ficou popularmente conhecido como as barras de Napier, podendo ser definida como o “método de cálculo por meio de pauzinhos em que estão gravados números simples” (*Rabdologia*, 2011, p. 1147).

Essa técnica de cálculo com "pauzinhos" gravados com números é uma descrição simples e direta. Embora possa parecer rudimentar, representou uma inovação significativa na época de Napier.

Ao explorar esse instrumento de cálculo, percebe-se a importância das inovações de Napier na história da matemática, uma vez que ele desenvolveu uma abordagem intuitiva e acessível para realizar operações aritméticas, simplificando os cálculos e tornando-os mais compreensíveis.

É importante salientar, que as barras também ficaram conhecidas em algumas literaturas como ossos, varetas, ou hastes de Napier, justamente porque *Neper* possibilitou a fabricação em diferentes tipos de materiais acessíveis à época, e eles alternavam a confecção de acordo com os recursos de cada região.

Figura 3 – Tipos de barras de Napier (*Rabdologiae*).



Fonte: Adaptado Pérez-Prados (1900).

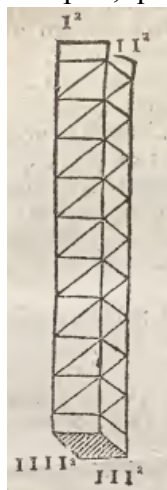
Dessa maneira, Silva (2017), explana que, as barras de Napier são dispositivos compostos por colunas ou barras retangulares, cada uma contendo inscrições dos números de 0 a 9, onde cada barra é subdividida em dez quadrados, sendo que cada quadrado é dividido diagonalmente, com exceção da primeira linha. Os números de 0 a 9 são colocados na parte superior do primeiro quadrado, enquanto nos quadrados subsequentes são inscritos os múltiplos do número do primeiro quadrado.

Os materiais para fabricar as barras de Napier poderiam variar, mas elas deveriam ser compostas por colunas ou barras retangulares. Essa característica era fundamental para garantir a estrutura e funcionalidade das barras de Napier, permitindo que fossem dispostas lado a lado e que cada uma contivesse as inscrições dos números de 0 a 9, conforme necessário para realizar cálculos matemáticos.

No dizer de Calvo (2010, p. 6-7, tradução própria): “os Ossos de Napier eram um conjunto de varetas marcadas com números que, quando ordenados corretamente, poderiam ser usados para multiplicar, dividir e obter raízes quadrada”. A forma retangular das barras facilitava a organização e o uso delas, contribuindo para sua eficácia como ferramenta de cálculo.

Neste sentido, Napier (1617, f. 1-4, tradução própria), expõe com especificidade como as varetas devem ser construídas, geralmente eram feitas de prata, marfim, madeira, ou algum outro material folhoso, ele explicou ainda, que a parte principal era deixar cada face com a mesma largura, comprimento e altura, para assim, fazer os quadrados idênticos e acomodar corretamente as diagonais, como mostra a figura 4.

Figura 4 – Esquema proposto por Napier, quanto à estrutura das barras.



Fonte: Napier (1617, p. 3).

Ao observar a figura 4, nota-se que, as barras remetem a ideia de um pedaço de madeira, com forma retangular, sendo possível identificar a Iª, IIª, IIIª, IIIIª face, onde cada face tem uma base superior e inferior, respectivamente, o primeiro e último retângulo, contendo ainda, 9 quadrados com uma diagonal traçada do vértice superior direito até o vértice inferior esquerdo.

Napier (1617, f. 3-6, tradução própria), apresenta também um esboço da planificação das barras (mostrado na figura 5), em que as faces são marcadas com diferentes dígitos entre 0 e 9, detalhando quais os números devem aparecer em cada face de cada haste, de maneira que os dígitos das faces opostas somam 9, justificando assim a inversão das barras neste esboço.

Figura 5 – Modelo de fabricação das barras em planificação apresentado por Napier.

4ª. Facies prime virgule. 0 1	4ª. Facies secunde virgule. 0 2	4ª. Facies tertie virgule. 0 3	4ª. Facies quarto virgule. 0 4
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9	0 2 1 8 3 9	0 3 1 8 4 5	0 4 1 8 5 4
0 2 3 4 5 6 7 8 9	0 4 2 7 9 5	0 6 2 7 8 4	0 8 2 7 0 4
0 3 4 5 6 7 8 9	0 6 3 6 9 4	0 6 3 6 2 4	0 1 2 3 5 3
0 4 5 6 7 8 9	0 8 4 5 7 4	0 1 2 4 5 3	0 2 6 4 5 3
0 5 6 7 8 9	0 1 5 4 5 3	0 1 5 4 3 0	0 2 0 5 4 5
0 6 7 8 9	0 2 6 3 8 2	0 1 8 6 7 2	0 2 4 9 3 0
0 7 8 9	0 4 7 2 7 2	0 2 1 7 8 2	0 2 8 7 2 5
0 8 9	0 6 8 1 7 1	0 2 4 8 1 2	0 3 2 8 1 0
0 9	0 8 9 7 1	0 2 7 9 6 9	0 3 6 6 5
6 8	6 7	6 9	6 5

Fonte: Adaptado de Napier (1617, p. 6).

Com base na figura 5, identifica-se que, *Neper* pegava objetos relativamente retos, como hastes ou ossos, e escrevia os múltiplos separando o algarismo de um dígito único, até o produto do dígito nove, cujo produto está separado da dezena e da unidade por uma diagonal, o mesmo ocorre com as colunas invertidas nesta planificação.

Segundo Neto (2019), a obtenção dos múltiplos de um número natural ocorre por meio da multiplicação desse número fixo por todos os números naturais, como exemplificado pelos múltiplos de 4 são 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, etc.

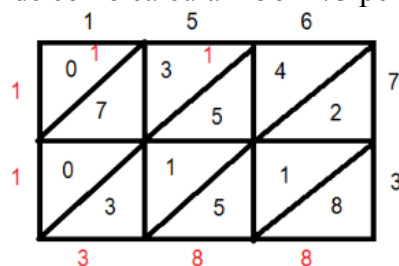
Ao entender o conceito de múltiplos e como eles são obtidos por meio da multiplicação, torna-se mais fácil e eficaz utilizar as barras de Napier para realizar cálculos matemáticos. Portanto, essa compreensão sólida é fundamental para explorar plenamente o potencial das barras de Napier como uma ferramenta de cálculo.

Ainda, nesta planificação da barra descrita por Napier, percebe-se uma semelhança ao formato utilizado em gelosia, pois o produto do multiplicando com multiplicador é colocado dentro de um quadrado remetendo a ideia de janela, como no exemplo proposto na figura 6.

Neste sentido, Eves (2011), explica que, a gelosia possivelmente foi o mais popular, entre os muitos métodos criados para efetuar a multiplicação nos séculos XV e XVI, e esta técnica assemelha-se a uma grade de janela, chamada gelosia (em francês “*jalousie*” que significa “rótula”). Portanto, a gelosia quanto as barras de Napier fornecem uma abordagem visual e organizada para realizar cálculos matemáticos, tornando-os mais simples e compreensíveis.

Segundo Zonzini (2015), o método ou dispositivo gelosia constitui-se como uma técnica de multiplicação em casos em que o multiplicador apresenta dois ou mais algarismos, que são o segundo fator de multiplicação. Essa praticidade e eficácia contribuíram para a popularidade e ampla utilização do dispositivo gelosia ao longo dos séculos, uma vez que, os cálculos eram realizados de forma sistemática, evitando erros comuns e facilitando a verificação dos resultados.

Figura 6 – Exemplo de como calcular 156 x 73 pelo Método de Gelosia.



Fonte: Zonzini (2015, p. 16).

Entretanto, no decorrer da história não se sabe ao certo quando foi descoberto a multiplicação, mas acredita-se que foi na Índia, onde recebeu vários nomes como: multiplicação em reticulado, multiplicação em gelosia, em cédula, em grade ou quadrilateral (Boyer; Merzbach, 2012). Diferentes sociedades abordaram e nomearam uma variedade de termos ao longo da história para descrever a multiplicação. Essa diversidade linguística reflete a riqueza da história da matemática e a complexidade das interações culturais e intelectuais que moldaram seu desenvolvimento.

Contudo, apesar de haver alguns rumores que Napier tenha se inspirado neste método de gelosia para criar suas barras, os instrumentos são diferentes apesar de conter semelhanças (Martins, Maria, 2015). Uma vez que, no método da gelosia, os números são dispostos em uma grade semelhante a uma janela, com os fatores de multiplicação organizados em linhas e colunas correspondentes, o que facilita a realização de multiplicações com números inteiros.

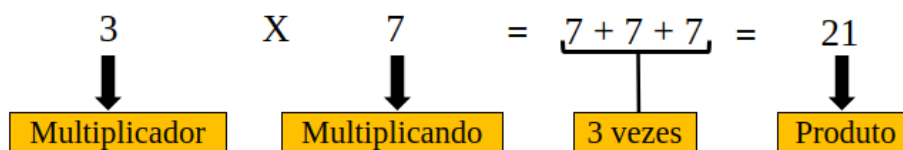
Por outro lado, as barras de Napier consistem em colunas ou barras retangulares com inscrições dos números de 0 a 9, dispostas de forma que os múltiplos de um determinado número possam ser identificados facilmente, auxiliando nos cálculos de multiplicação, divisão e extração de raízes quadradas. Portanto, ao investigar e evidenciar a existência do método da gelosia nesta pesquisa, contribui para ampliar o entendimento sobre as barras de Napier e suas aplicações na matemática.

Centurión (1995), expõe sobre a multiplicação de dois números naturais a e b resulta em seu produto c, expresso pela sentença matemática $a \times b = c$. Os termos a e b são

conhecidos como multiplicador e multiplicando, respectivamente, sendo que o multiplicador indica quantas vezes o multiplicando será adicionado. Por exemplo, no caso de 3×7 , o número 3 atua como multiplicador, indicando que o número 7 será adicionado três vezes para alcançar o resultado final (conforme figura 7).

Com essa perspectiva, torna-se possível compreender a operação de multiplicação, destacando os elementos essenciais envolvidos, como os fatores (multiplicador e multiplicando) e o resultado (produto), o que conseqüentemente facilita a compreensão das barras de Napier.

Figura 7 – Exemplificação da multiplicação feita por *Centurión*.



Fonte: Adaptado de Centurión (1995, p. 165).

Uma abordagem comum no trabalho com a multiplicação é estabelecer uma relação entre ela e a adição, ou seja, a multiplicação é concebida como um caso específico da adição devido à igualdade das parcelas envolvidas, cuja interpretação resultante define funções distintas para o multiplicando (o número repetido) e o multiplicador (o número de repetições), impedindo a substituição de um pelo outro (Brasil, 1997).

Ao definir claramente os papéis do multiplicando e do multiplicador, pode-se compreender como esses dois números interagem na operação de multiplicação. Essa distinção clara entre os termos ajuda a evitar confusões e consolida a compreensão do conceito.

Figura 8 – Modelo das barras de Napier (*Rabdologiae*).

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	0	2	4	6	8	1	1	1	1	1
3	0	3	6	9	1	1	1	2	2	2
4	0	4	8	2	1	2	2	2	3	3
5	0	5	0	1	2	2	3	3	4	4
6	0	6	2	1	2	3	3	4	4	5
7	0	7	4	2	2	3	4	4	5	6
8	0	8	6	4	3	4	4	5	6	7
9	0	9	8	7	6	5	4	3	2	1

Fonte: Adaptado de Napier (1617).

Sejam o conjunto de elementos naturais $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ e $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, sendo $A =$ multiplicando e $B =$ multiplicador. E ao selecionar uma a barra do multiplicando (mostrada na figura 8), obtém-se seus múltiplos de 1 até o multiplicador 9, assim, considera-se que as barras de Napier são tabelas de multiplicação, pois ao somar um

único número do multiplicando, multiplicador vezes, ou vice-versa, é obtido uma multiplicação, ou ao combinar um único elemento do conjunto A com um único algarismo do conjunto B.

De acordo com Rezende (2019), a tabuada é entendida como a organização dos números por meio de uma tabela matemática, a qual é empregada para determinar operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. Ao entender os princípios subjacentes à multiplicação e aos cálculos aritméticos, os usuários das barras de Napier podem aplicar esses conceitos de forma mais eficaz e versátil. Eles são capazes de utilizar as barras não apenas como uma ferramenta de cálculo, mas também como uma extensão do seu entendimento matemático, permitindo soluções mais precisas e uma compreensão mais profunda dos problemas que estão resolvendo.

Portanto, considera-se que, as barras de Napier são, essencialmente, porções da tabuada de multiplicação, pois envolvem o produto de um multiplicando com um multiplicador, sendo representadas em formato semelhante a gelosia. Isso implica que o 1º algarismo do produto, a dezena, é inserido no triângulo retângulo superior da diagonal, enquanto o 2º algarismo do produto, a unidade, é colocado no triângulo retângulo inferior.

O ensino da multiplicação desempenha um papel crucial no desenvolvimento do raciocínio matemático, embora frequentemente seja considerado um desafio. Nesse contexto, as varetas de Napier surgem como uma ferramenta atraente para muitas pessoas da época, pois permitem a automação de cálculos aritméticos de multiplicação realizados manualmente. Esse instrumento é constituído a partir de materiais simples, de fácil acesso e portáteis. Deste modo, entender como devem ser construídas é primordial para sua aplicação.

Atualmente, a construção das barras de Napier pode ser realizada com palitos de picolé, papelão, eva, mdf, madeira, papel cartão, papel quadriculado, planilhas no computador, ou até mesmo com caneta e papel.

Algoritmo para a construção das barras de Napier

Para facilitar a assimilação foi realizado um algoritmo para a fabricação das barras de Napier, conforme descrito a seguir:

1º Passo: Escolher um material que possa ser feito um conjunto mínimo de 10 barras, dividido cada barra em 10 quadrados idênticos;

Materiais sugeridos: Material dourado, papelão, eva, madeira etc.

2º Passo: Traçar uma diagonal em cada quadrado ligando o vértice superior direito até o vértice inferior esquerdo em cada face da barra, a partir do segundo quadrado (exceto no primeiro);

Obs. Deste modo, formará dois triângulos retângulos em cada quadrado.

3º Passo: Colocar no primeiro quadrado superior um dos números naturais entre 0 e 9 (foi escolhido o número 2, como mostrado na figura 9);

4º Passo: Escrever a partir do segundo quadrado em diante, os múltiplos do número escolhido (foi colocado os múltiplos de 2, como apresentado na figura 9) até o produto do dígito 9, colocando a dezena no triângulo retângulo superior e a unidade no triângulo retângulo inferior;

5º Passo: Aplicar o processo para os demais números.

Obs.: Lembrando que, se o material escolhido tiver mais de uma face, deve-se fazer um conjunto de números naturais de 0 a 9 em cada uma das faces.

Figura 9 – Algoritmo de fabricação das barras de Napier.



Fonte: Adaptado de Napier (1617).

A partir da compreensão do conceito e da estrutura das barras de Napier, torna-se possível adquirir habilidades para manipulá-las, além de contribuir para a melhoria do processo de aprendizagem e a eficiência na realização das operações de multiplicação, otimizando assim o tempo dedicado a essas atividades.

Algoritmo de Multiplicação

Na matemática as operações de aritmética (adição, subtração, multiplicação e divisão), envolvem situações problemas do cotidiano e estimulam o raciocínio. E a operação de multiplicação é uma operação aritmética que ajuda a determinar as associações de dois termos (multiplicando e multiplicador) ao mesmo tempo, e em muitas literaturas está definida como uma adição repetida de um mesmo fator.

Os autores Dante e Viana (2020), fazem suas considerações a respeito do algoritmo como uma sequência finita e ordenada de ações que visam resolver um problema ou realizar uma tarefa específica, citando como exemplo, seguir uma sequência de ações para ir à escola demonstra o uso de um algoritmo. Em suma, um algoritmo está presente em diversas situações diárias, fornecendo uma sequência de passos organizados para realizar uma determinada tarefa.

Nesse sentido, foi construído um conjunto de etapas a serem seguidas para resolver problemas de dois termos ao mesmo tempo, ou seja, um algoritmo de multiplicação por meio das barras de Napier. Entretanto, discutir antes as propriedades de multiplicação é necessário para o processo de enriquecimento dos saberes da multiplicação neste artigo, pois dependendo da maneira como os fatores são associados, os cálculos tornam-se mais simples.

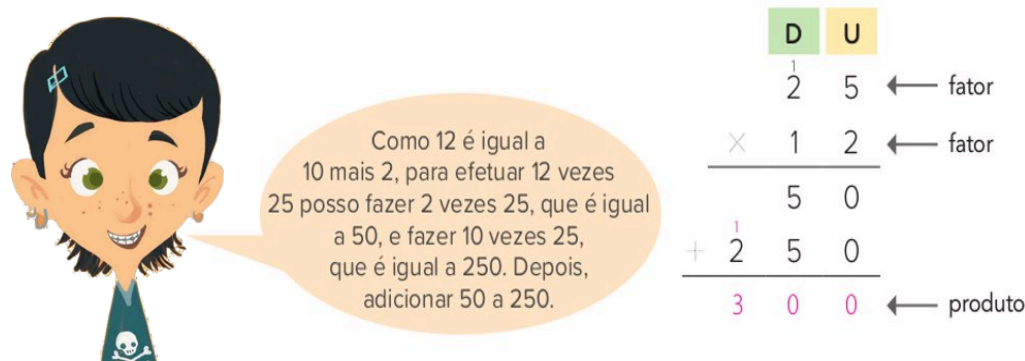
Os autores Pataro e Balestri (2018), destacam quatro das cinco propriedades da multiplicação: a comutativa, que permite a troca da ordem dos fatores sem alterar o resultado; a associativa, que possibilita a associação de três ou mais fatores de maneiras diferentes sem modificar o resultado; a existência do elemento neutro, onde a multiplicação de um número por 1 resulta no próprio número, sendo o 1 o elemento neutro da multiplicação; e a

propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, que afirma que multiplicar um número pela soma (ou diferença) de outros é equivalente a multiplicar o número por cada parcela da adição (ou subtração) e, em seguida, adicionar (ou subtrair) os resultados.

As propriedades da multiplicação oferecem uma estrutura sólida que capacita e prepara os avanços em estudos matemáticos mais complexos, como equações, sistemas de equações, fatoração, entre outros.

De acordo com Dante e Viana (2021), a operação de multiplicação pode ser ensinada por meio de três métodos diferentes: o geométrico, o da decomposição e o algoritmo usual. Além disso, observa-se que o algoritmo usual tem sido o método mais utilizado no processo de ensino da multiplicação.

Figura 10 – Algoritmo usual de multiplicação apresentado por Dante e Viana.



Fonte: Dante e Viana (2021 p. 122).

Neste sentido, a multiplicação realizada pelo algoritmo usual, também conhecido como método convencional, representa uma técnica fundamental e sistemática para realizar operações de multiplicação de maneira organizada e compreensível. Ao observar a Figura 10, torna-se evidente que o método convencional de multiplicação envolve a separação dos fatores, respeitando suas unidades.

Além disso, nota-se que, a ordem dos fatores pode ser alterada sem afetar o resultado da multiplicação; por exemplo, ao multiplicar 25×12 ou 12×25 , o resultado será o mesmo. A compreensão desse método é crucial, pois serve como base para o entendimento de conceitos mais avançados, como a manipulação dos ossos de Napier.

Algoritmo de multiplicação por meio das barras de Napier

Para realizar a multiplicação por meio das barras de Napier, foi desenvolvido um algoritmo, que é apresentado a seguir juntamente com exemplos:

1º Passo: Separar as barras referentes ao multiplicando e localizar o multiplicador na operação.

2º Passo: Somar as diagonais do produto, seguindo a ordem de cada algarismo.

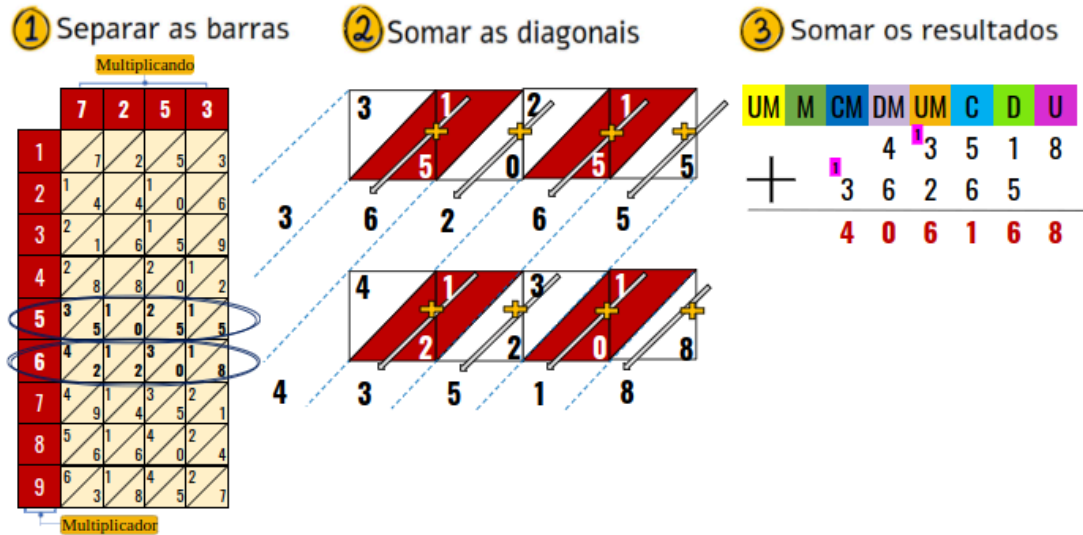
Obs. Iniciar pela unidade do multiplicando com o primeiro algarismo do multiplicador, ou seja, da direita para a esquerda.

3º Passo: Somar os resultados encontrados na adição das diagonais de cada produto, caso haja mais de um algarismo no multiplicador.

Obs.: Organizar a soma das diagonais no sistema numeral decimal, começando pela unidade com o último resultado obtido na soma das diagonais. Dessa forma, o próximo

resultado deve ser escrito a partir do próximo numeral decimal, representando a dezena, e assim sucessivamente para os demais resultados obtidos.

Figura 11 – Exemplo 1. Como calcular 56×7253 .

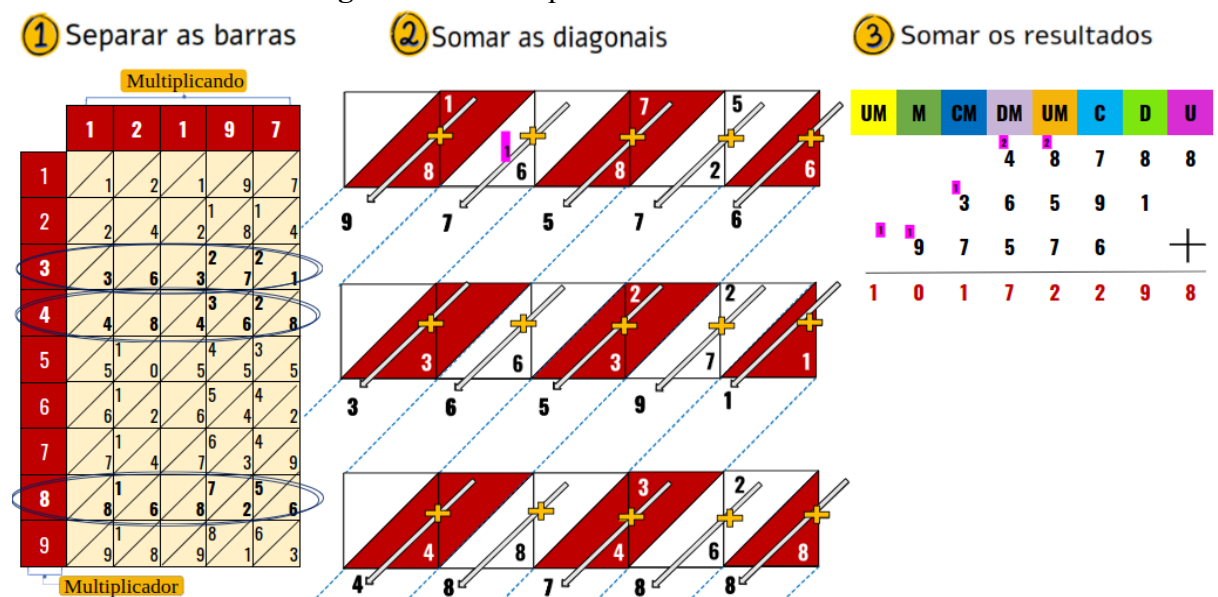


Fonte: O autor (2024).

Vale ressaltar que, o terceiro passo deve ser realizado somente quando há mais de um algarismo no multiplicador. Inicialmente, soma-se as diagonais do produto de cada algarismo. No segundo passo, em seguida, realiza-se a adição dos resultados dessas diagonais.

No terceiro passo, também é possível organizar a soma das diagonais no sistema numeral decimal de baixo para cima. Ou seja, o último resultado obtido na soma das diagonais é colocado na última linha da adição, começando pela unidade. O resultado antepenúltimo é escrito a partir do próximo numeral decimal, representando a dezena, e assim sucessivamente para os demais resultados obtidos.

Figura 12 – Exemplo 3. Calcular 834×12197 .



Fonte: O autor (2024).

Ao examinar a figura 12, nota-se a repetição da barra 1, visto que o multiplicando no exemplo 2 apresenta o algarismo 1 duas vezes. Isso justifica a sugestão de Napier para a fabricação das barras em conjuntos de 0 a 9 em cada face. Além disso, é possível verificar que ao somar as diagonais, caso o resultado seja superior a nove, deve-se seguir a regra do algoritmo de adição conhecida como "vai um". Isso implica em colocar a unidade no resultado da soma e somar a dezena excedente ao próximo numeral decimal.

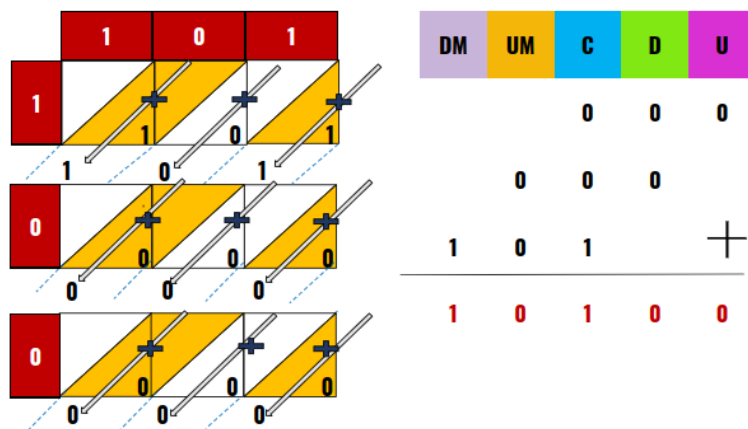
Questões de multiplicação com as barras de Napier

A partir das informações apresentadas nas seções anteriores, torna-se possível otimizar os passos do Algoritmo de Multiplicação por meio das barras de Napier, desde que se obedeça às suas regras de cálculo. Com base nisso, é possível resolver problemas relacionados à multiplicação, como exemplificado na seguinte questão da OBMEP (2022, p. 1, questão 1, 1ª fase, nível 1): “Quanto é 100×101 ?”.

A pergunta busca apenas a solução da multiplicação de 100×101 . Considerando a propriedade comutativa da multiplicação, é válido trocar a ordem dos fatores. Independentemente de qual número seja o multiplicando ou o multiplicador, o produto permanece inalterado. No entanto, é necessário estabelecer quem será o multiplicando e quem será o multiplicador para encontrar os produtos nas barras de Napier.

Após a escolha do multiplicando e do multiplicador, foi necessário somar as diagonais dos produtos e organizar os valores no sistema numérico decimal. O último resultado foi escrito como o primeiro, a partir da unidade, ou seja, da direita para a esquerda. Os próximos valores encontrados na soma da diagonal foram escritos, começando após o último numeral decimal, ou seja, na dezena. Esse padrão foi repetido no resultado seguinte da adição da diagonal, conforme mostrado na Figura 13. Logo, o resultado da multiplicação de $100 \times 101 = 10.100$.

Figura 13 – Solução da questão da OBMEP (2022, p. 1, questão 1, 1ª fase, nível 1).



Fonte: O autor (2024).

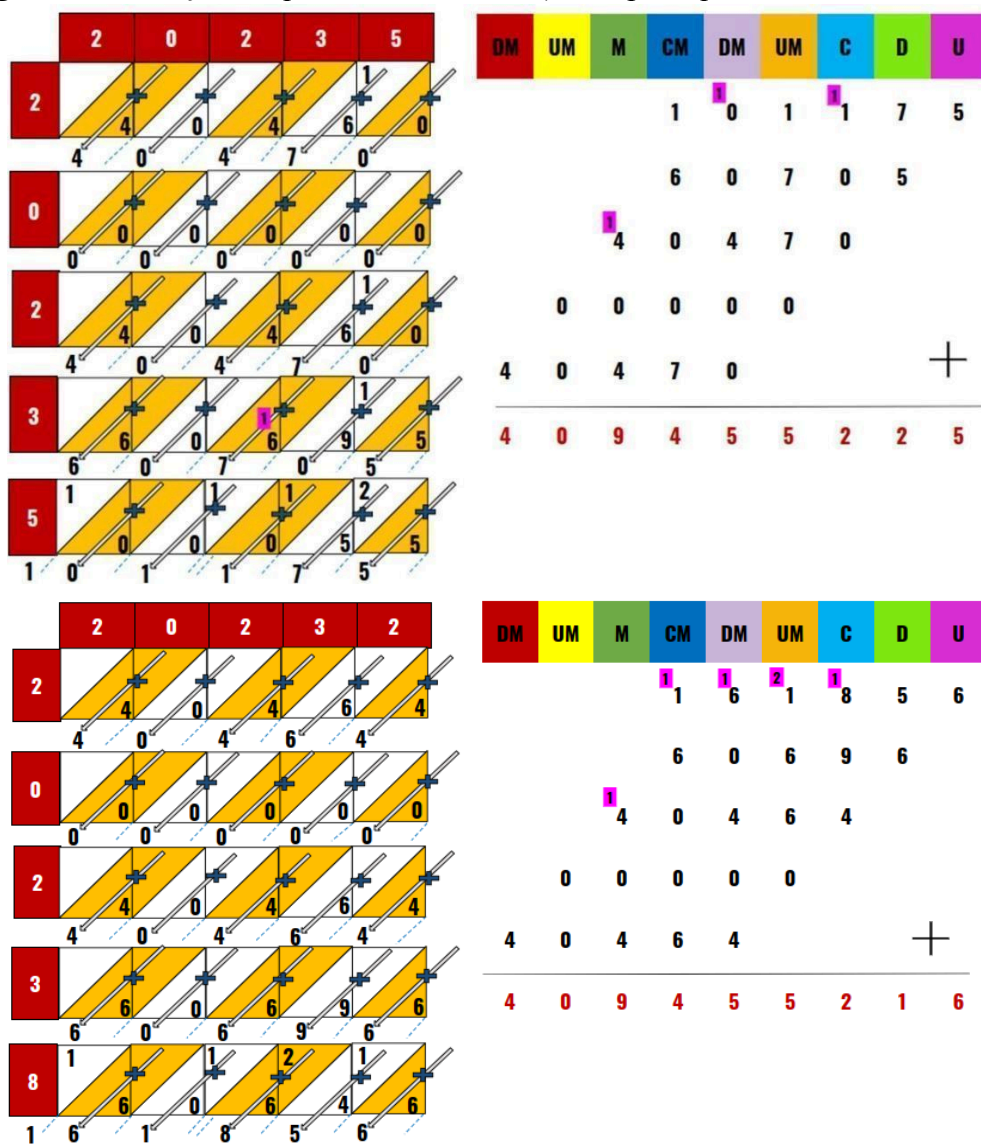
Para abordar os conhecimentos sobre a resolução de cálculos extensos de multiplicação utilizando as barras de Napier, considere a seguinte questão da OBMEP (2023, p. 1, questão 4, 1ª fase, nível 3): “Qual é o valor da expressão $20235 \times 20235 - 20238 \times 20232$?”.

Ao lidar com a pergunta da questão proposta, que trata de uma expressão numérica, é necessário inicialmente resolver a multiplicação. Em outras palavras, a questão deve ser abordada da seguinte maneira: $(20235 \times 20235) - (20238 \times 20232)$.

Observa-se que há duas multiplicações independentes a serem realizadas, ambas envolvendo números significativos. Apesar da magnitude dos valores, o procedimento de cálculo permanece o mesmo, conforme demonstrado na figura 14. Assim, foi seguido o algoritmo de multiplicação por meio das barras de Napier. Isso envolveu selecionar o multiplicando e o multiplicador, somar as diagonais dos produtos e organizar os valores resultantes no sistema numérico decimal. Logo, com os resultados das duas operações de multiplicação, foi necessário apenas realizar a subtração dos valores encontrados, ou seja: $409.955.225 - 409.455.216 = 9$.

Portanto, o valor da expressão $20235 \times 20235 - 20238 \times 20232$ é igual a 9.

Figura 14 - Solução da questão da OBMEP (2023, p. 1, questão 4, 1ª fase, nível 3).



Fonte: O autor (2024).

Ao observar a Figura 14, percebe-se que os resultados das duas multiplicações são elevados, o que, muitas vezes, torna o processo cansativo e consome tempo ao ser calculado manualmente com lápis e papel. Embora haja outras abordagens para resolver esses exercícios propostos, o objetivo deste artigo foi apresentar a aplicação do algoritmo de multiplicação por meio das barras de John Napier.

Considerações finais

Neste trabalho, foi apresentada a aplicação do Algoritmo de Multiplicação por meio das barras de John Napier (1617), as quais surgiram no início do século XVII, para solucionar problemas da matemática envolvendo cálculos complexos nas operações de aritmética. Esse desenvolvimento foi especialmente importante em um período histórico em que não existiam equipamentos eletrônicos e que os cálculos eram realizados manualmente.

Dentro do tratado da *Rabdologiae* (1617), encontram-se três instrumentos capazes de simplificar as operações aritméticas, especialmente multiplicações e divisões, convertendo-as em adições e subtrações mais simples. Um desses instrumentos é o algoritmo de multiplicação com o uso das barras de Napier, o qual foi discutido neste artigo. Para tanto, apresentou-se a origem, conceito, construção e manipulação com o auxílio de exemplos e questões envolvendo a multiplicação.

Neste sentido, as principais possibilidades identificadas na aplicação do Algoritmo de Multiplicação por meio das barras de Napier são que as operações de multiplicação desempenham um papel fundamental na resolução de adições sucessivas de um mesmo número. Ainda, foi possível compreender que a simplificação dos cálculos proporcionada pelas varetas de Napier teve um impacto direto no avanço de diversas áreas científicas, incluindo astronomia, física e engenharia, tornando os cálculos tediosos mais rápidos e acessíveis. Ademais, foi possível observar que em situações em que o aluno não dispõe ou não pode utilizar equipamentos eletrônicos como processos seletivos, concursos públicos, provas, etc., o método das barras de John Napier pode ser utilizado como um instrumento capaz de resolver problemas de multiplicação, isto é, como um recurso didático no processo de ensino-aprendizagem da matemática.

Vale destacar ainda que, ao manipular as barras de Napier, além do método de multiplicação demonstrado neste trabalho, também é possível realizar cálculos de divisão e obter raízes quadradas. Em outras palavras, com um único instrumento criado há milhares de anos, é possível executar diversas operações aritméticas, contribuindo significativamente para a educação matemática desde o início do século XVII até os dias atuais. Entretanto, organizar corretamente as barras de Napier é fundamental para garantir a precisão, facilidade de uso, redução de erros e interpretação correta dos resultados ao realizar cálculos matemáticos com esses dispositivos.

Deste modo, os principais desafios identificados foram compreender e interpretar a disposição das barras, bem como saber construí-las corretamente, isto é, separar a dezena da unidade de cada produto da multiplicação, e garantir que elas sejam feitas em conjuntos de 0 a 9, a fim de economizar tempo, esforços e erros de cálculos. Além disso, para realizar cálculos precisos, é crucial ler e alinhar corretamente as barras de Napier. Isso pode ser complicado, especialmente para operações mais complexas, e requer prática para desenvolver habilidades adequadas.

Portanto, este trabalho destacou as barras de Napier como um recurso concreto capaz de estimular positivamente o processo de ensino-aprendizagem, especialmente no que diz respeito à operação de multiplicação. Logo, as barras de Napier podem ser utilizadas como recursos didáticos ou ferramentas práticas na demonstração de situações-problemas de multiplicação em sala de aula, ou quando houver a necessidade de lidar com números grandes.

Essa pesquisa pode gerar novos desafios e possibilidades sobre métodos de ensino alternativos e inovadores, que podem ser aplicados não apenas no contexto das barras de Napier, mas também em outras áreas da matemática e do ensino em geral.

Referências

ALFANO, José Jorge do Rêgo. **Barras de Napier**: uma aplicação para o estudo da multiplicação e da divisão. Dissertação (Mestre em Matemática) - Universidade Federal da Bahia, Salvador-BA, 2020.

BOYER, Carl Benjamin; MERZBACH, Uta Caecilia. **História da matemática**. Tradução: Helena Castro, São Paulo-SP: Editora Edgard Blucher, 2012. Título original: A history of mathematics. 3. ed. norte-americana. ISBN 978-85-212-0641-5.

BRASIL, Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. v. 3. Rio de Janeiro: DP&A, 1997.

CALVO, Evelyn Agüero. **Ingeniosos e inspiradores: Tales y Napier**. In: VII Festival Internacional de Matemática. Escuela de Matemática - Instituto Tecnológico da Costa Rica, Sede San Carlos, 2010.

CENTURIÓN, Marília. **Conteúdo e metodologia da matemática números e operações**. 2. ed., São Paulo, SP: Editora Scipione, 1995. (Série Didática - Classes de Magistério)

CERVERA, José Antonio. John Napier (1550-1617) y su libro de Rabdología. **Anais [...]**. In: Actas VIII Congreso de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas. Universidad de La Rioja, 2004.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Ápis Mais Matemática**. São Paulo, SP: Editora Ática, 2021. (Matemática Ensino Fundamental Anos Finais: 5º ano. Livro do Professor). ISBN 978-65-5767-119-1.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Matemática em Contextos / Análise combinatória, Probabilidade e computação**. São Paulo, SP: Editora Ática, 2020. (Área da Matemática e Suas Tecnologias: Ensino Médio / 1. ed. Manual do Professor).

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Tradução: Hygino Domingues. Campinas-SP: Editora da UNICAMP, 2011.

FREEMAN, S. **John Napier and the Discovery of Logarithms**. In: Tabea Tietz. Scihi Blog. Potsdam, 2021. Disponível em: <<http://scihi.org/john-napier-logarithm/>> Acesso em: 30 nov. 2022.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2017.

LANZARIN, Zélia Bavaresco. **Ossos de Napier e réguas de Genaille-Lucas**. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis-SC, 2004.

MARTINS, Eugenio Brito; PEREIRA, Ana Carolina Costa. Uma primeira descrição da Obra: *Rabdologiae, Seu Numerationis Per Virgula ...* de 1617. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, v. 5, n. 14, p. 154-166, 2018.

MARTINS, Manoel Marino. **Logarítmos**. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis-SC, 2000.

MARTINS, Maria do Carmo. A arte do Método da Geloia. **Correio dos Açores**, Ensino Regional. p. 14-14, 2015.

MORENO, Heliete Martins Castilho. **As operações aritméticas fundamentais**. Universidade Federal do Mato Grosso, Cuiabá, MT, 2021.

NAPIER, John. *Rabdologiae, Seu Numerationis Per Virgulas Libri Duo: cum appendice de expeditissimo Multiplicationes promptuario, quibus accessit e arithmeticea localis liber nus*. Edinburgh: Andrew Hart, 1617.

NAPIER, John. *Rabdologiae, Seu Numerationis Per Virgulas Libri Duo: cum appendice de expeditissimo Multiplicationes promptuario, quibus accessit e arithmeticea localis liber nus*. *Edinburgh: Andrew Hart, 1617*. Tradução: Eugeniano Brito Martins, Dissertação (Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, *campus* Fortaleza, 2019.

NETO, Júlio Henrique da Cunha. **Diálogos com a Matemática**. Brasília, DF: Editora Ensinart, 2019. (Coleção Diálogos com a Matemática Ensino Fundamental Anos Finais: 7º ano; Livro do Professor).

OBMEP. Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas. **Provas e Soluções**. 2023. Disponível em: <<https://www.obmep.org.br/provas.htm>> Acesso em: 25 nov. 2023.

PATARO, Patrícia Rosana Moreno; BALESTRI, Rodrigo Dias. **Matemática essencial**. São Paulo, SP: Editora Scipione, 2018. (Matemática Ensino Fundamental Anos Finais: 6º ano, Livro do Professor).

PÉREZ-PRADOS, Antonio. **Ábacos de Napier (ossos de Napier)**. *In: Calculating Instruments*. Disponível em: <<https://www.calculatinginstruments.com/1-%C3%A1bacos-de-napier-napier-s-bones/>> Acesso em: 14 out. 2023.

POMBO, Taciana Rodrigues; LIMA, Claudiney Nunes de. A concepção da Matemática através da história. **Revista Educação Pública**, v. 21, nº 39, 26 out. de 2021- . ISSN: 1984-6290.

RABDOLOGIA. **Novíssimo Aulete Dicionário Contemporâneo da Língua Portuguesa**. Organizador Paulo Geiger. Rio de Janeiro: Lexikon, 2011.

REIS, Saulo Portes dos. **Logarítmos: uma proposta de ensino**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, *campus* Ilha Solteira-SP, 2014.

REZENDE, Paula Núbia. **Métodos diferenciados para aprender a tabuada de multiplicação**: usando as mãos como uma técnica alternativa. Monografia (Curso de Pós-graduação Lato Sensu em Ensino de Humanidades) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Goiano, *campus* Urutaí - GO, 2019.

RODRIGUES, Maria da Anunciação. **O livro da Matemática**. Editor consultor Karl Warsi; tradução Maria da Anunciação Rodrigues. Rio de Janeiro: Globo Livros, 2020.

SILVA, Suêlane Santos de Lima. **Trabalhando a multiplicação com o uso das Barras de Napier**. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal da Paraíba, Rio Tinto-PB, 2017.

SIMÃO, Hermenegildo. **Aproximação do Número de Neper**. Dissertação (Mestrado em Matemática para Professores) - Universidade da Beira Interior, Covilhã-Portugal, 2018.

WILLIAMS, Michael R. Napier, John. *In: Encyclopedia of Computer Science*. **Anais** [...]. Biblioteca Digital, Association for Computing Machinery - ACM: 2003. Disponível em: <<https://dl.acm.org/doi/abs/10.5555/1074100.1074629>> Acesso em: 04 out. 2023.

ZONZINI, Cleudiana dos Santos Feitoza. **Método Gelosia**: facilitando a multiplicação. Monografia apresentada ao Curso de Especialização em Letramento e práticas interdisciplinares nos Anos Finais (6^a a 9^a Ano) - Universidade de Brasília-DF, 2015.