



INSTITUTO FEDERAL
Rondônia

Campus
Cacoal

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE
RONDÔNIA
CAMPUS CACOAL

FLÁVIA NOBRE PEREIRA

A UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA: EM CÁLCULOS
DE VOLUMES DE FORMAS NÃO CONVENCIONAIS

Cacoal

2020

FLÁVIA NOBRE PEREIRA

A UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA: EM CÁLCULOS DE
VOLUMES DE FORMAS NÃO CONVENCIONAIS

Trabalho de conclusão de curso na modalidade monografia apresentado a Coordenação de Curso de Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Rondônia – IFRO, Campus Cacoal, como requisito para obtenção de aprovação no curso de Licenciatura em Matemática, sob a orientação do Prof. Me. Claudemir Miranda Barboza.

Cacoal

2021

FICHA CATALOGRÁFICA

P436u

Pereira, Flávia Nobre.

A utilização do software geogebra:em cálculos de áreas e volumes de formas não convencionais. / Flávia Nobre Pereira. Cacoal, 2021.

25 f. ; 30 cm. il.

Inclui bibliografia

Monografia. Licenciatura em Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia – IFRO, Campus Cacoal, 2021.

Orientador: Prof. M.e Claudemir Miranda Barboza

1. Matemática. 2. Software Geogebra. 3. Teorema de Pappus Guldini. I. Pereira, Flávia Nobre. II. Instituto Federal de Rondônia. III. Título.

CDD 516.24

Bibliotecária responsável: Fernanda de Oliveira Freitas Cavalcante – CRB11/762

ATA DE DEFESA

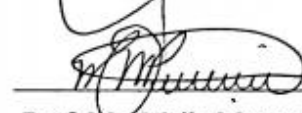
ATA DE DEFESA DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

Ata de Defesa do Trabalho de Conclusão de Curso de Licenciatura em Matemática da discente **FLÁVIA NOBRE PEREIRA**.

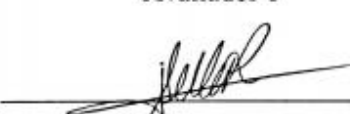
Aos 06 dias do mês de maio do ano de dois mil e vinte e um, às 16 horas, no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Rondônia, *campus* Cacoal, reuniu-se de forma virtual, a banca examinadora do trabalho de Conclusão de Curso, da Licenciatura em Matemática, da acadêmica **Flávia Nobre Pereira** que apresentou a Monografia intitulada: “**A Utilização do Software Geogebra: Em Cálculos de áreas e volumes de formas não convencionais**”. Compuseram a banca examinadora os professores Claudemir Miranda Barboza (orientador), Maily Marques Pereira (avaliador 1), Jorge da Silva Werneck (avaliador 2). Após a exposição oral, o candidato foi arguido pelos componentes da banca que se reuniram reservadamente, e decidiram, “**Aprovar.**”, com o conceito: “**91**” para o TCC (Monografia), e deverá ser entregue impresso e em CD com as devidas correções indicadas pela banca (caso necessário), no prazo de 30 (trinta) dias úteis a contar da presente data. Para constar, redigi a presente Ata, que aprovada por todos os presentes, vai assinada por mim, *Jorge da Silva Werneck*, Coordenador do Curso de Licenciatura em Matemática, e pelos demais membros da banca.




Prof. Me. Claudemir Miranda Barboza
Orientador



Prof. Me. Maily Marques Pereira
Avaliador 1



Prof. Me. Jorge da Silva Werneck
Avaliador 2



Prof. Me. Jorge da Silva Werneck
Coordenador do curso

“Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção”

Paulo Freire

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por ter me dado forças para concluir o curso, nos momentos difíceis me guiou e trouxe paz e a minha família por ser minha base e sempre me apoiar.

Agradeço ao meu orientador Claudemir Miranda Barboza, que me motivou e acreditou no meu estudo, e não mediu esforços para contribuir com meu trabalho, sendo com críticas construtivas ou elogios.

Agradeço aos professores do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Rondônia, Campus Cacoal, que incentivaram e contribuíram para o meu aprendizado durante a graduação.

Agradeço as minhas amigas Vanessa Schwanz, Vane Almeida, Beatriz Pereira, Juliane Amorim e Rosimeire de Assunção, por me apoiaram e fazerem parte dessa fase da minha vida.

RESUMO

Com o avanço da tecnologia, alunos e professores buscam a inserção de novidades no ambiente escolar. Ao lidar com essa evolução, profissionais da educação encontram desafios na aplicação de tecnologias, bem como conseguir uma interação e como consequência o aprendizado. Assim esse trabalho tem como objetivo a utilização do Geogebra como forma de mostrar a aplicabilidade do Cálculo Diferencial e Integral com uso do software, além de apresentar uma possibilidade de trabalho em sala de aula mais dinâmica para determinação de volume de objetos não convencionais. A pesquisa foi realizada principalmente em bases bibliográficas e manipulação do software, bem como, a construção de um roteiro de atividade que busca demonstrar os passos dos cálculos realizados no software Geogebra, para determinar volumes de formas não convencionais. Dessa forma foi demonstrado a possibilidade da aplicação desse software para auxiliar um ensino mais dinâmico, apresentando a aplicabilidade de determinados conteúdos no cotidiano do aluno.

Palavras-chave: Geogebra; Volume; Cálculo.

ABSTRACT

With the advancement of technologies, students and teachers seek to insert novelties into the school environment. When dealing with this evolution, education professionals encounter challenges in the application of technologies, as well as achieving interaction and, as a consequence, learning. Thus, this work aims to use Geogebra as a way to show the applicability of Differential and Integral Calculus with the use of software, in addition to presenting a more dynamic possibility of working in the classroom to determine the volume of non-conventional objects. The research was carried out mainly on bibliographic bases and manipulation of the software, as well as, the construction of an activity script that seeks to demonstrate the steps of the calculations performed in the Geogebra software, to determine volumes in unconventional ways. In this way, it was demonstrated the possibility of applying this software to assist a more dynamic teaching, presenting the applicability of certain contents in the student's daily life.

Keywords: Geogebra; Volume; Calculation

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Software Geogebra	14
Figura 2: região A rotacionando em torno do eixo x.....	16
Figura 3: Formas geométricas não convencionais	17
Figura 4: Pontos sobre a silhueta da figura modelo	19
Figura 5: Inserindo a imagem.....	22
Figura 6: Figura Centralizada na origem.....	23
Figura 7: Pontos sobre a silhueta da figura modelo	242
Figura 8: Silhueta da forma não convencional usada no modelo.....	23
Figura 9: Vaso modelado no geogebra.....	24

Sumário

1. INTRODUÇÃO	11
2. TECNOLOGIAS	12
2.1 A UTILIZAÇÃO DE SOFTWARES	13
3. VOLUME	14
3.1 A IDEIA DE VOLUME DE SÓLIDOS DE ROTAÇÃO	15
3.2 TEOREMA DE PAPPUS GULDINI	16
4. PROPOSTA DIDÁTICA	17
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	25
6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	26

1. INTRODUÇÃO

A aprendizagem segundo Gros(2007, apud Neto, 2013) é considerada para muitas pessoas como um “dever” para crianças e adolescentes, de modo que a torna uma obrigação que pode ser cansativa se imposta de maneira errada, assim é fundamental acrescentar nas atividades motivação, diversão e interesse, uma vez que os alunos terão que dedicar muito tempo e esforço, dessa forma os estímulos dos educadores com tecnologias que permitem uma interação e melhor visualização do conceito aplicado possibilita que conteúdos mais difíceis sejam tratados de forma mais dinâmica.

A utilização de Tecnologias na Educação¹ permite o aumento das possibilidades para o ensino, de modo que facilita o processo de aprendizado do aluno nas inúmeras situações que estão presentes no cotidiano, como descontos em lojas, medidas para receitas, volumes de objetos, entre outros.

Dessa forma, incrementar tecnologias, como o Geogebra, para o aprendizado torna mais didático devido as representações e comparações com situações reais (Elias 2011, apud Neto, 2013).

Dentre os conteúdos matemáticos que é ensinado na escola de ensino básico, a geometria espacial é de certa forma a que melhor pode ser explorada com softwares de geometria, pois possibilita a construção de figuras regulares e formas clássicas, como pirâmide, paralelepípedos, cilindros, esferas, entre outras. Mas como podemos representar formas geométricas não convencionais²? Como podemos determinar o volume de uma forma não convencional?

Assim esse trabalho tem como objetivo apresentar a viabilidade da utilização do software Geogebra para auxiliar o ensino matemático, na construção e cálculo de medidas, como o volume, de figuras e formas geométricas não convencionais. Para tanto será apresentado os conceitos, as formas convencionais e algumas formas geométricas não convencionais, e será elaborado roteiros para as construções de

¹ O termo tecnologia na educação abrange a Informática na Educação, mas não se restringe a ela. Inclui, também, o uso da televisão, do vídeo, e do rádio na promoção da educação.

² Usaremos o termo forma não convencional para a geometria espacial, aquelas formas que difere das que usualmente encontramos em livros didáticos, como: prisma, pirâmides, cilindros, cones e esferas.

cálculos de volume de figuras não convencionais, de modo que mostre a aplicabilidade do geogebra para determinar esses valores.

2. TECNOLOGIAS

O desenvolvimento das tecnologias para a educação vem sendo muito difundido no Brasil principalmente nas últimas duas décadas, aqui ressaltamos que o termo tecnologia será apresentado como o desenvolvimento das máquinas e na internet propriamente dita e a busca pela inserção na educação. O fato de alguns alunos criarem uma resistência à educação e ao aprendizado, segundo PINTO, A.V (2008), “deve ser um fator de modificação para os educadores, tendo em vista que o aluno deve estar preparado para essa inclusão no seu cotidiano”. Essa modificação é causada devido ao aumento da demanda e consequente a inserção da tecnologia no meio educacional, assim fazendo com que os educadores busquem uma qualificação quanto à inserção da tecnologia.

É necessário que o professor tenha domínio da prática para que assim consiga demonstrar ao aluno a importância da inserção tecnológica no ambiente educacional de forma que o aluno enxerga como um mecanismo de ajuda, facilitador da aprendizagem.

O uso de tecnologias no ensino e aprendizagem de matemática vem sendo explorado no Brasil desde 1990, assim Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014) buscou definir em quatro fases esse processo, sendo a Primeira Fase:

Durante essa fase, expressões como “tecnologias informáticas” (TI) ou tecnologias computacionais começaram a ser utilizadas pelas pessoas para se referirem ao computador ou software, por exemplo. Contudo, para nós, a primeira fase é caracterizada fundamentalmente pelo uso do software LOGO, que teve início por volta de 1985. (2014,p.18)

Essa fase marcada pelo desenvolvimento de tecnologias e uso do LOGO não se popularizou no país, ao realizar pesquisas tem-se uma quantidade pequena de informações. Esse software era baseado em comandos, que tinham por objetivo realizar a construção de figuras com o auxílio de um ícone de tartaruga, esses comandos eram baseados em ângulos e em coordenados de pf (para frente) pd (gire à direita). Além do LOGO tem-se nessa fase o surgimento de questionamentos e pensamentos sobre a escola possuir laboratório de informática, assim nos anos 90

surgiu o projeto EDUCOM, que buscava uma formação para professores com intuito da utilização de tecnologia em ambiente escolar como uma forma de mudança pedagógica.

A adaptação e aprendizado dos profissionais da educação e estudantes marcam a segunda fase. A resistência quanto a inserção de tecnologias surge como obstáculo, pois para se ter um desenvolvimento satisfatório seria necessário arriscar, buscar conhecimento ou permitir entender o que estava sendo proposto. Segundo Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014) “destacamos o uso de softwares voltados às múltiplas representações de funções (como o Winplot, o Fun e o Graphmathica) e de Geometria Dinâmica (como o Gabri Geometre e o Geometricricks)”, esses softwares tinham como destaque a facilidade de manipulação, além da interface dinâmica que facilitava a utilização.

A terceira fase surge com a internet, assim começa a se trabalhar com formações à distância para professores, cursos Ead, chats e fóruns, além disso essa fase foi marcada pelo desenvolvimento da TIC “tecnologia de informação e comunicação. Nessa fase começa-se a ter questionamentos quanto à melhor forma de se trabalhar à distância, bem como transformar a realidade de sala de aula em ambiente virtual.

Desde 2004, estamos vivendo a quarta fase, que consiste na evolução de informações, conexões, Internet e recursos como a produções de vídeos, comunicações on-line, criação de ambientes virtuais entre outros.

2.1 2.1 A UTILIZAÇÃO DE SOFTWARES

A utilização de softwares em ambiente escolar começou a ser inserida no Brasil na década 80, segundo Valente:

No Brasil, as políticas de implantação da informática na escola pública, tem sido norteada na direção da mudança pedagógica. Embora os resultados dos projetos governamentais sejam modestos, esses projetos tem sido coerentes e sistematicamente tem enfatizado a mudança na escola. Isso vem ocorrendo desde 1982, quando essas políticas começaram a ser delineadas. (S/A, p.2)

Á partir desse período o desenvolvimento de computadores ganharam destaque em todos os setores. Conforme ocorria a expansão, uma maior quantidade de pessoas começava a ter acesso. Assim, fazendo com grande parte dos alunos

tivesse contato com equipamentos de informática e passaram a utilizar celulares, computadores diariamente. Em alguns aspectos, esse avanço facilitou o ensino, no sentido em que o aluno pode fazer consultas a internet para tentar sanar dúvidas de aprendizagem ou para conhecer determinados conteúdo.

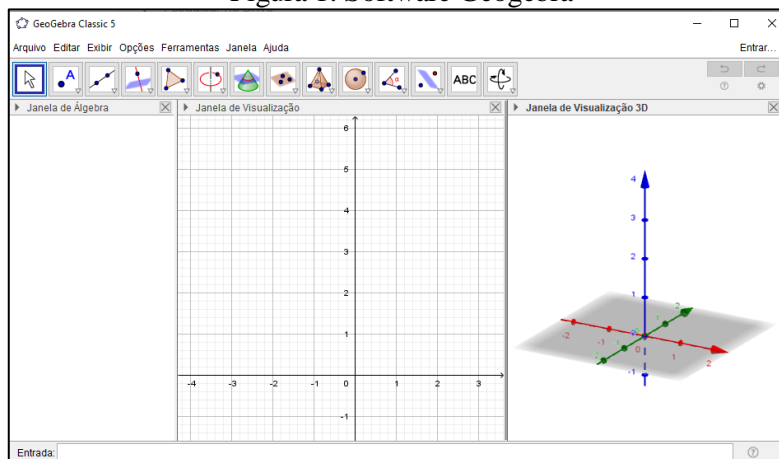
Por outro lado, esse avanço exige uma qualificação do professor, para que tenha além do domínio do conteúdo escolar, um domínio sobre o computador e os softwares, em nosso caso os softwares Matemáticos. Conforme destaca D'Ambrósio (1996)

Será essencial para a escola estimular a aquisição, a organização, a geração e a difusão do conhecimento vivo, integrado nos valores e expectativas da sociedade. Isso será impossível de se atingir sem a ampla utilização de tecnologia na educação. Informática e comunicações dominarão a tecnologia do futuro (D'AMBROSIO, 1996, p. 80).

Para que ocorra o desenvolvimento é necessário que escola, professores e alunos busquem a integração da tecnologia com sua realidade.

O software escolhido para esse estudo é o Geogebra, pois ao analisar a possibilidade de visualização que ele permite, juntamente com a interação, acredita-se que ele irá despertar curiosidade e motivar os alunos à participar.

Figura 1: Software Geogebra



Fonte: o autor

3. VOLUME

Volume é uma das grandezas de medidas que aborda a tridimensionalidade dos objetos e formas. Para realizar o cálculo de volume consiste em analisar a figura ou

objeto com o intuito de dizer o espaço ocupado. Temos que o volume de um corpo é o espaço que ele ocupa, assim conforme aumenta um corpo, maior o seu volume.

Segundo Lima, 1999, temos que:

“O volume de um sólido é a quantidade de espaço por ele ocupada. (Isto não é uma definição matemática, mas apenas uma ideia intuitiva). Estamos interessados em medir a grandeza “volume” e para isso deveremos compará-la com uma unidade. O resultado dessa comparação será um número: a medida do volume. Costuma-se tomar como unidade de volume um cubo cuja aresta mede uma unidade de comprimento, o qual será denominado cubo unitário. Seu volume, por definição, será igual a 1. (LIMA, 1991, p.61)”

Entender e aplicar o conceito de volume é fundamental não só para conceitos matemáticos, mas também para situações cotidianas, como por exemplo a quantidade de frascos necessários para guardar determinados líquidos. Assim quando se tem objetos com formas convencionais basta identificá-las e aplicar a fórmula condizente para obter o seu volume, mas quando se trata de objetos com formas não convencionais, a determinação do volume pode ser um processo mais trabalhoso, uma dessas formas é a utilização de software como o Geogebra que possibilita a obtenção do volume, sem a necessidade de cálculos trabalhosos, como, a aplicação de cálculo diferencial e integral.

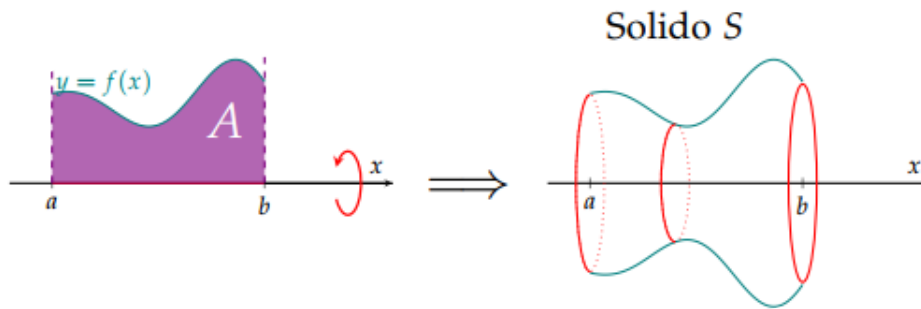
Para que possamos entender melhor a utilização do software Geogebra no processo de determinar o cálculo de volumes de formas não convencionais que possuem um eixo de rotação, deveremos compreender alguns conceitos.

3.1 A IDEIA DE VOLUME DE SÓLIDOS DE ROTAÇÃO

Seja \mathcal{S} um sólido que está entre $x = a$ e $x = b$. Se a área da secção transversal de \mathcal{S} no plano \mathcal{P}_x , passando por x e perpendicular ao eixo, é $A(x)$, onde A é uma função contínua, então o volume de \mathcal{S} é:

$$\mathcal{V} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n A(x_i) \Delta x = \int_a^b A(x) dx$$

Figura 2: região A rotacionando em torno do eixo x



Fonte: o autor

3.2 TEOREMA DE PAPPUS GULDINI

Ao buscar pela história de Pappus Guldini não se encontra exatamente a cidade em que residiu, mas tem se baseado em suas teorias que viveu em Alexandria no século IV. Esse matemático teve várias obras, entre elas uma Coleção Matemática, que consiste em oito livros. Sua contribuição ocorreu principalmente na Geometria, em que desenvolveu teoremas que buscam calcular volume de sólidos gerados por rotação. SILVA (2016) descreve os seguintes teoremas, que aqui chamaremos de teorema 1 e teorema 2.

Teorema 1: Se uma linha plana gira em torno de um eixo de seu plano, a área da superfície gerada é igual ao comprimento dessa linha multiplicado pelo comprimento da circunferência descrita pelo baricentro.

Teorema 2: Se uma figura plana gira em torno de um eixo de seu plano, o volume gerado é igual a área dessa figura multiplicado pelo comprimento da circunferência descrita pelo seu baricentro.

$$V(s) = 2\pi dS$$

Onde:

$V(s)$: Volume do sólido gerado

d = distância do baricentro ao eixo de rotação

S = é a área do polígono

O teorema [2] será melhor compreendido, quando formos determinar o volume de uma forma não convencional, assim iremos aplica-lo aliado ao uso do software geogebra.

4. PROPOSTA DIDÁTICA

O questionamento surgiu observando algumas formas na natureza ou mesmo o nosso redor, tais como uma fruta, um vaso e outros corpos que poderia surgir através da revolução em torno de um eixo de simetria.

Figura 3: Formas geométricas não convencionais



Fonte: os autores

Ao analisar essas figuras não convencionais surgem questionamentos à cerca de cálculo de volume . Como calcular o volume dessas formas?

Nesse sentido, buscamos associar as tecnologias para resolver um problema que tem nos intrigados, que é “como calcular o volume de formas não convencionais que possuem eixo de rotação?”. Para tanto, nos apoiaremos no software Geogebra, no qual possibilita realização desse cálculo a partir de uma forma de revolução e a visualização em três dimensões do objeto de desejo. Será apresentado o passo a passo da construção com o intuito de auxiliar outros profissionais que estejam em busca de trabalhar cálculo de volumes.

Segundo Instituto Geogebra UESB(2014):

“Este software foi desenvolvido como tese de Msrkus Hohenwarter em 2001.Com o passar dos anos o Geogebra foi ganhando espaço e ele está sendo utilizado em 190 países, traduzido para 55 idiomas, são mais de 300000 downloads mensais, 62 Institutos Geogebra em 44 países para dar suporte para o seu uso “.

Com o auxílio desse software torna-se possível uma interação com o cálculo, assim fazendo com que deixe ser tão abstrato. Algumas definições se farão necessário para que possamos descrever o processo aqui escolhido para determinar o volume das formas não convencionais.

E buscaremos atribuir metodologicamente como podemos utilizar os cálculos matemáticos para resolver problemas que interessam a determinadas comunidades ou mesmo para a comunidade matemática.

Alguns procedimentos matemáticos quando trabalhado de forma descontextualizada, não desperta o interesse desejado, pois provoca o uso de alguns procedimentos é parte somente daquele que ensina.

Nesse aspecto Melo (2002), afirma que:

O ensino do Cálculo acaba sendo algoritmizado, e sua aprendizagem se reduz, conseqüentemente, à memorização e à aplicação de uma série de técnicas, regras e procedimentos, que também terminam por algoritmizá-la. (MELO, 2002, p. 4.)

Ao ser questionado, diversos professores não encontram respostas, para de fato responder: Como esse cálculo será empregado? Qual objetivo? De modo que acabam por adotar o sistema de definições e memorizações de passo, assim fazendo com o que aprendido não seja satisfatório, pois não irá ocorrer um interesse por parte do aluno e nem uma compreensão. Sendo assim, com o auxílio de ferramentas tecnológicas será possível, uma compreensão prática de figuras não convencionais.

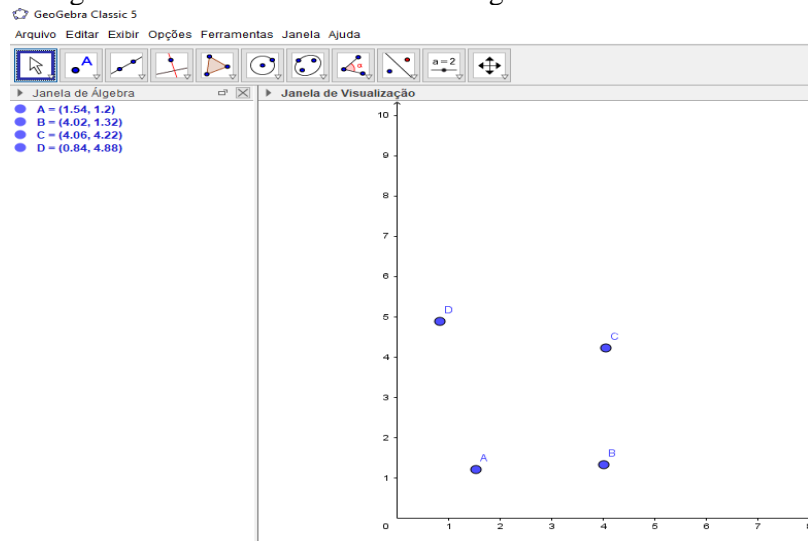
Com os roteiros de atividades será demonstrado como elaborar as figuras, de modo que facilite a compreensão e associe com os elementos do dia a dia, assim possibilitando um melhor aprendizado.

Para que seja realizada a construção no Geogebra e cálculo de volume devemos fazer o seguinte procedimento:

- I. Tirar uma foto de perfil da forma/objeto que desejamos calcular o volume e salvar no computador que possua o geogebra instalado;
A foto do objeto ou forma, é importante que seja alinhada, sem inclinações para que seja realizado os cálculos de forma mais precisa possível.

- II. Construir quatro pontos livres: A, B, C, D na janela de visualização do software geogebra;

Figura 4: Pontos sobre a silhueta da figura modelo

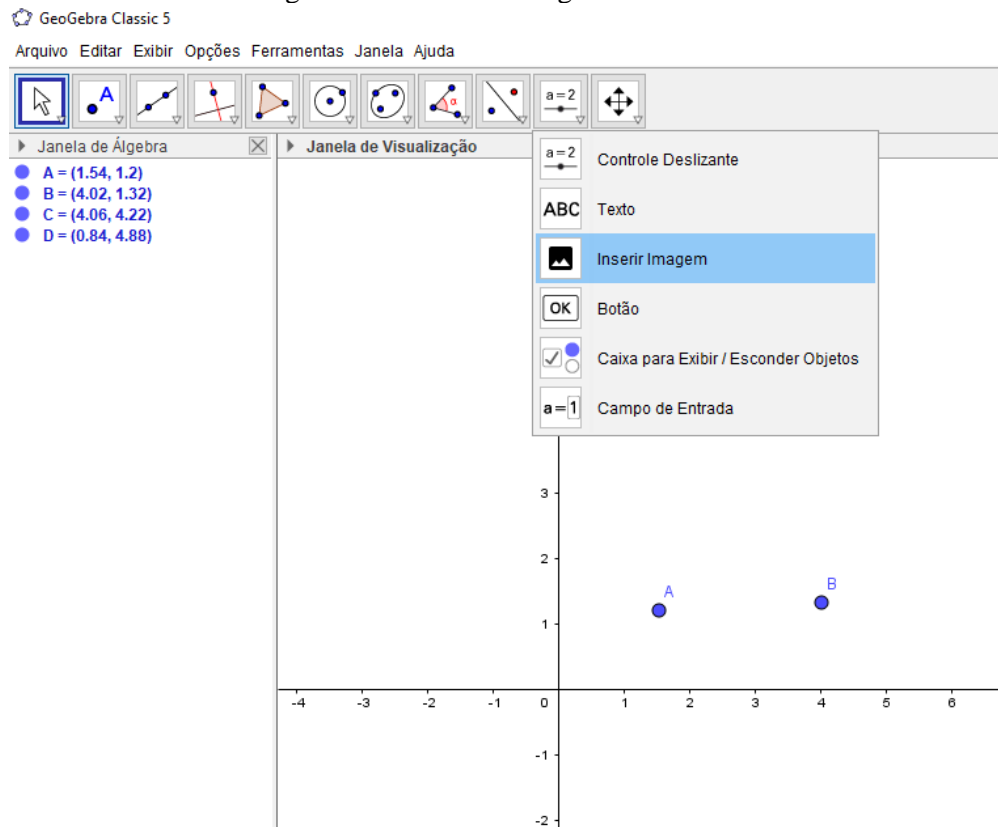


Fonte: os autores

Os pontos que foram construídos serão o início da construção, a partir deles será realizado o alinhamento.

- III. Inserir a imagem no geogebra, usando a opção, inserir imagem, que se encontra junto ao ícone do geogebra controle deslizante, que deseja calcular o volume;

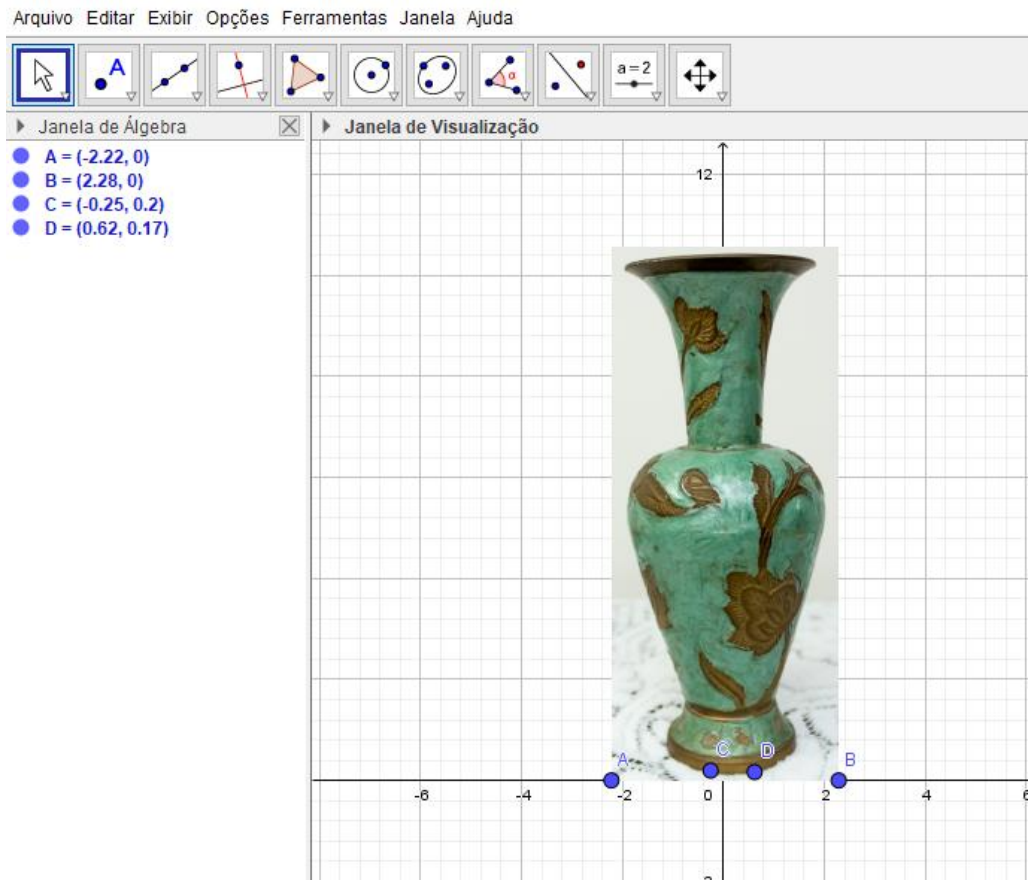
Figura 5: Inserindo a imagem



Fonte: os autores

- IV. Vincular os pontos A, B, C, D aos pontos de suporte da figura;
- V. Reconfigurar os pontos A, B, C, D de modo que a figura inserida fica centralizada na origem das posições e o Eixo das ordenadas do plano XY seja um eixo de simetria da imagem inserida;

Figura 6: Figura Centralizada na origem



Fonte: os autores

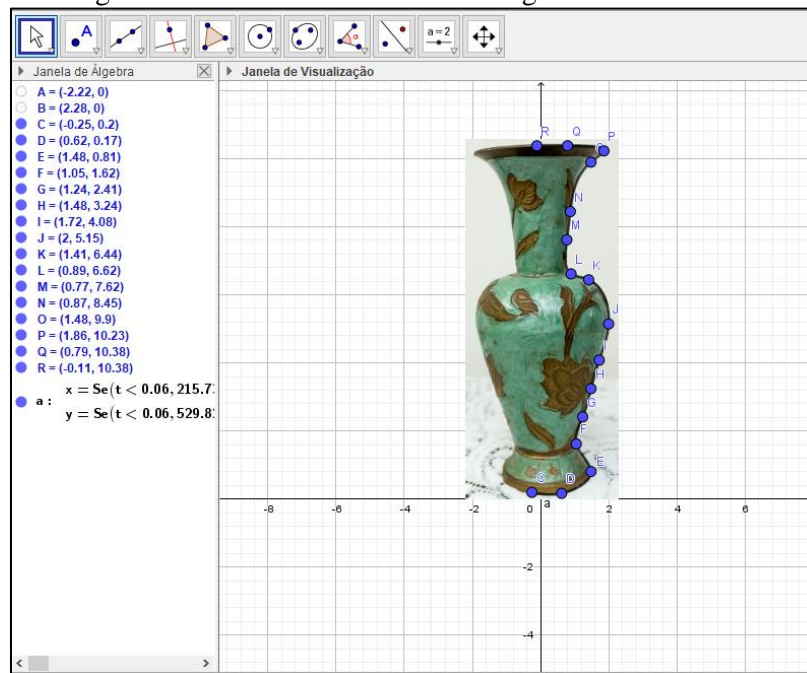
- VI. Digitar vários pontos sobre a silhueta da figura somente do lado direito do Eixo de simetria, conforme figura [5];

A inserção de vários pontos sobre um lado só da figura, tem como objetivo definir bem todas as curvas, de forma precisa. Como estamos trabalhando com figuras/objetos simétricos, tendo um lado bem definido conseguimos realizar a projeção. A Foto teve como altura na janela de visualização (0,10.38)

- VII. Para obter a curva de equação paramétrica que passa pelos pontos sobre a silhueta do objeto, utiliza-se uma função definida como: $\text{Spline}(\langle \text{Lista de Pontos} \rangle)$, assim devemos digitar no campo de entrada o comando:

$a = \text{Spline}[\{C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q\}]$, ou quantos pontos for inseridos na silhueta da figura, devendo estar na ordem que forem inseridos.

Figura 7: Pontos sobre a silhueta da figura modelo



Fonte: os autores

Com essa função começamos a definir as curvas do objeto, pois ela interliga os pontos. Assim que vinculados esses pontos formarão uma lista e passarão à ser uma só lista que corresponderá a junção de todos os pontos por meio da curva da equação.

VIII. Depois, obtemos uma lista L_1 de n pontos sobre a curva a.

Digite no campo de entrada: $L_1 = \text{Sequência}[a(i), i, 0, 0.999, 1/n]$.

Essa sequência de pontos sobre a curva tem a função de tomar esses pontos de forma que o espaçamento entre eles seja homogêneo.

IX. Para obter o conjunto de imagens por meios de giros devemos exibir a janela de visualização 3D.

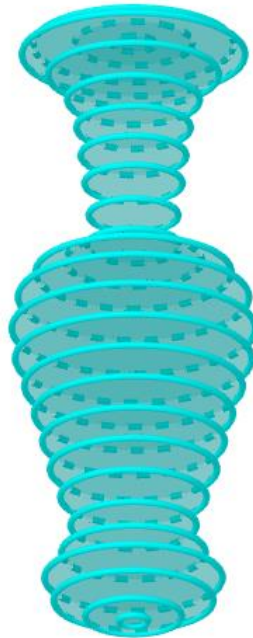
X. O passo seguinte consiste em obter n círculos centrados no eixo y, passando pelos pontos da silhueta. Para isso, o campo de entrada, digite o comando:

$L_2 = \text{Sequência}[\text{Círculo}[(0, y(\text{Elemento}[L_1, i]), 0), x(\text{Elemento}[L_1, i]), \text{EixoY}], i, 1, n]$

XI. Utilizando o comando girar[<Objeto>, <Ângulo>, <Eixo de Rotação>], construí uma imagem do pol1 no plano xz da janela de visualização 3D. Para isso, deve-se substituir o parâmetro <Objeto> por pol1, <Ângulo> por

$\frac{\pi}{2}$ e <Eixo de Rotação> por EixoX, ou seja, Girar[pol1, $\frac{\pi}{2}$, EixoX], renomeie o polígono criado pol2.

Figura 8: Silhueta da forma não convencional usada no modelo



Fonte: o autor

XII. Vamos utilizar o comando para criar várias cópias em torno do eixo Z. O comando sequência possui a seguinte sintaxe:

Sequência[<Expressão>, <Variável>, <Valor Inicial>, <Valor Final>, <Incremento>]. Antes de digitar o comando sequência no campo de entrada, construir um controle deslizante n(com mínimo 0, máximo 100 e incremento 1), feito isso, digitar no campo de entrada o comando: Sequência[Girar[pol2, i 2 π / n, EixoZ], i, 0, n, 1]

Ao obter n círculos centrados em y, temos uma simétrica no lado direito e esquerdo. A quantidade de círculos à serem utilizados é definida pelo controle deslizante que tem por intuito, girar de forma a preencher o contorno da figura para que fique o mais semelhante possível com a original.

XIII. Para o cálculo do Volume aplicaremos o teorema de Pappus,

E para isso e pelo teorema de Pappus, precisamos de uma superfície que gire em torno de um eixo de simetria, para podermos achar um centro de gravidade nessa superfície e assim aplicar o teorema de Pappus, vamos ver como fazer isso usando o geogebra.

1º passo) achar o polígono formado pela L_1, digite no campo de entrada:

```
Pol1=Polígono(L_1);
```

2º passo) determinar o baricentro, para isso digitamos no campo de entrada:

```
Baricentro=CentroDeGravidade[pol1]
```

Quando formado o polígono pela L_1, temos ele como referência para encontrar o valor do baricentro, para que assim consiga o volume. Encontrou-se como coordenada do Baricentro: (0.65,4.99)

3º passo) determinando o volume, digitamos no campo de entrada:

$$\text{Volume} = 2\pi \times \text{Pol} \times x(\text{Baricentro})$$

O valor é o volume aproximado pela rotação do polígono criado a partir da curva Spline.

Figura 9: Vaso modelado no geogebra



Fonte: o autor

Ao realizar o cálculo do volume, obteve como resultado o volume de 61,34

A construção também foi disponibilizada no site oficial do Geogebra, por meio do link <https://www.geogebra.org/m/sh7zefcw>.

Ao realizar as construções percebe-se a possibilidade de calcular volume de figuras não convencionais, por meio da inserção de uma foto. Tornou-se possível trabalhar vários conceitos de cálculo, além de possibilitar uma dinâmica para os educadores, tendo em vista a dificuldade de apresentar a aplicabilidade de determinados conteúdos no dia a dia de cada aluno.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A utilização de metodologias com recursos voltados ao ensino de Matemática, como a tecnologias, tornou-se cada vez mais presente, assim, profissionais da educação estão buscando capacitação e recursos que possam compreender e melhor utilizar essas ferramentas tecnológicas.

A utilização do Geogebra como ferramenta em sala de aula oferece diversas possibilidades para o ensino, como forma de visualização ou interação. Diversos conteúdos são abordados de forma superficial ou parcial, devido a complexidade de cálculos para obter uma resposta. Com o auxílio do Geogebra possibilita-se trabalhar de forma mais completa, compreendendo cada passo e incentivando os alunos a aprender e compreender a importância.

Dessa forma conciliar o ensino mais tradicional com as novas tecnologias geram ganhos significativos, que possibilitam a mudança da percepção e entendimento dos alunos, pois proporciona verificar na prática a teoria. Assim a inclusão de ferramentas como o Geogebra traz consigo um aprendizado mais dinâmico.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BORBA, M.C; SCUCUGLIA, R.R.S; GADANIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática**: Sala de aula e internet em movimento. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2014.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática**: Da teoria à prática. Campinas: Papirus, 1996.

INSTITUTO GEOBEBRA, UESB,2014. Disponível em?: <
http://www2.uesb.br/institutogeogebra/?page_id=7>

LIMA, E.L. **Medida e Forma em Geometria**: comprimento, área, volume e semelhança. GRAFTEX: Comunicação Visual: Rio de Janeiro, 1991.

MELO, J. M. R. **Conceito de integral**: uma proposta computacional para o seu ensino e aprendizagem. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo,2002.

NETO, J. F. B. **Jogos educativos em dispositivos móveis como auxílio ao ensino da matemática**. UFPE – Centro de Informática, PE.V. 11 Nº 1, julho, 2013

PINTO, A.V.**O Conceito de Tecnologia**. São Paulo; Contraponto,2008, v.1

VALENTE, J. A. **Informática na educação no Brasil**: análise e contextualização histórica. Em José A. Valente (org.). O computador na sociedade do conhecimento, 1-13. Brasília: Ministério da Educação, 1999. Disponível em: <http://files.educacao-inclusiva21.webnode.com/200000009d433fd62a3/cap1%20LIVRO%20INFORMATIC%20n%20EDUCA%C3%87%C3%83O%20ARMANDO%20VALENTE.pdf>

SILVA, J.D.S. **Teorema de Euler e Poliedros de Platão, Pappus-Guldin e Aplicações**.Amapá:UNIFAP,2016. Disponível em:<<https://www2.unifap.br/matematica/files/2017/01/TCC-JOABE-CD.pdf>>